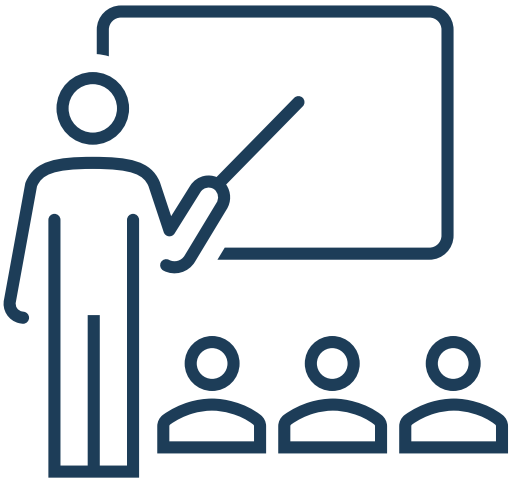
Συστήματα

ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ΛΥΚΕΙΟΥ



1. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

ι. $\begin{cases} x = 2 \\ y = x - 3 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} 2x - 1 = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ ιιι. $\begin{cases} y = -1 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases}$

ιν. $\begin{cases} y + x = 1 \\ y - x = -5 \end{cases}$ ν. $\begin{cases} 2y - 3x = 0 \\ y + 2x = -1 \end{cases}$ νι. $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2y - 4x = 2 \end{cases}$

νιι. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x - 5 \end{cases}$ νιιι. $\begin{cases} x = y - 10 \\ y = 3x + 5 \end{cases}$ ιχ. $\begin{cases} 4y - 3x = 15 \\ 4x = 3y - 5 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=(2,-1) ιι. (x,y)=(2,1) ιιι. (x,y)=($\frac{1}{3}$,-1) ιν. (x,y)=(3,-2) ν. (x,y)=($-\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}$) νι. (x,y)=(11,23) νιι. (x,y)=(4,3)

νιιι. (x,y)=($\frac{5}{2}, \frac{25}{2}$) ιχ. (x,y)=($\frac{25}{7}, \frac{45}{7}$))

2. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

ι. $\begin{cases} 2x - 3y = 2y + x - 10 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} 2x + 3y = 3x - 4 \\ 3x - 2y = 3y - x + 9 \end{cases}$

ιιι. $\begin{cases} \frac{y}{2} + x = 2 \\ \frac{y}{3} + \frac{x}{4} = 1 \end{cases}$ ιν. $\begin{cases} y + \frac{x}{2} = 1 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -3 \end{cases}$

ν. $\begin{cases} \frac{2y-1}{3} + \frac{3x+1}{4} = 3 \\ y + 2x = 4 \end{cases}$ νι. $\begin{cases} \frac{2y-1}{3} + \frac{3x+1}{4} = \frac{x}{6} - \frac{2y-3}{2} \\ y - x = -2 \end{cases}$

νιι. $\begin{cases} \frac{y-1}{3} + \frac{x+1}{2} = \frac{5x}{6} - \frac{2y-3}{2} \\ \frac{x+2}{6} - \frac{y+3}{2} = \frac{3x}{2} - \frac{y-3}{3} \end{cases}$ νιιι. $\begin{cases} \frac{2x+3}{6} - \frac{3y+2}{2} = \frac{x}{2} - \frac{2y-3}{3} \\ y = x \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=($\frac{25}{9}, \frac{23}{9}$) ιι. (x,y)=(1,-1) ιιι. (x,y)=($\frac{4}{5}, \frac{12}{5}$) ιν. (x,y)=(-5, $\frac{7}{2}$) ν. (x,y)=($-\frac{5}{7}, \frac{38}{7}$) νι. (x,y)=($\frac{59}{27}, \frac{5}{27}$)

νιι. (x,y)=($-\frac{56}{33}, \frac{19}{33}$) νιιι. (x,y)=($-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}$))

3. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

ι. $\begin{cases} x - y = 2 \\ y = x + 2 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} 2x + 3y = 3x - 4 \\ 2x - 6y = 3y - x + 10 \end{cases}$

ιιι. $\begin{cases} \frac{y}{2} + x = 2 \\ \frac{y}{4} + \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$ ιν. $\begin{cases} y + \frac{x}{2} = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = -3 \end{cases}$

ν. $\begin{cases} \frac{2y-1}{3} + \frac{3x+1}{4} = 3 \\ 8y + 9x = 4 \end{cases}$ νι. $\begin{cases} \frac{2y-1}{3} + \frac{3x+1}{4} = \frac{x}{6} - \frac{2y-3}{2} \\ 40y + 14x = -2 \end{cases}$

(Απ. ι. ιι. ιιι. ιν. ν. νι. αδύνατο)

4. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

ι. $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ 2y = 4x + 2 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} 2x + 3y = 3x - 4 \\ 4x + 6y + 6 = 3y + 5x + 2 \end{cases}$

ιιι. $\begin{cases} \frac{y}{2} + x = 2 \\ \frac{y}{2} + \frac{x}{2} = \frac{1}{2} + \frac{y+2}{4} \end{cases}$ ιν. $\begin{cases} y + \frac{x}{2} = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$

(Απ. ι. άπειρες λύσεις (x,y)=(2κ+1, κ) , $\kappa \in \mathbf{R}$ ιι. άπειρες λύσεις (x,y)=(3κ+4, κ) , $\kappa \in \mathbf{R}$

ιιι. άπειρες λύσεις (x,y)=(κ, 4 -2κ) , $\kappa \in \mathbf{R}$ ιν. άπειρες λύσεις (x,y)=(2 -2κ, κ) , $\kappa \in \mathbf{R}$)

5. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

ι. $\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} 3x - 5 = 2(y + 1) - 8 \\ 2(x - 1) = 3(1 - 2y) + 9 \end{cases}$

ιιι. $\begin{cases} \frac{12x-7}{2} - \frac{3(2x+y)}{10} = \frac{7}{10} \\ \frac{2x+y}{3} = \frac{4}{9} + \frac{x+y}{2} \end{cases}$ ιν. $\begin{cases} \frac{1-2x}{3} + \frac{1+y}{2} = \frac{5}{12} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = x + 2 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=(1,3) ιι. (x,y)=(1,2) ιιι. (x,y)=($\frac{2}{3}$, -2) ιν. αδύνατο)

6. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα και να δώσετε την γεωμετρική τους ερμηνεία:

ι. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$ ιιι. $\begin{cases} x - 3y = 2x + 3 \\ 5x - 2y = 2 \end{cases}$

ιν. $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$ ν. $\begin{cases} x - y = 10 \\ y = x + 12 \end{cases}$ νι. $\begin{cases} y = x \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{y+1}{2} = \frac{3x-2y-5}{6} \end{cases}$

(Απ. ι. οι ευθείες τέμνονται στο Α(1,2) ιι. οι ευθείες τέμνονται στο Α(1,2) ιιι. οι ευθείες τέμνονται στο Α(0,-1)

ιν. οι ευθείες τέμνονται στο Α(1,1) ν. Οι ευθείες είναι παράλληλες νι. Οι ευθείες ταυτίζονται)

7. Να υπολογίσετε τις παρακάτω ορίζουσες:

ι. $A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ ιι. $B = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ ιιι. $\Gamma = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 21 \end{vmatrix}$ ιν. $\Delta = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{vmatrix}$ ν. $E = \begin{vmatrix} 2 & \alpha \\ 2 & \alpha \end{vmatrix}$

(Απ. ι. A= -10 ιι. B=0 ιιι. Γ=6 ιν. Δ=$\alpha^2 - \beta^2$ ν. E=0)

8. Να βρείτε τον x στις παρακάτω περιπτώσεις:

ι. $\begin{vmatrix} 2x & 1 \\ 12 & 3 \end{vmatrix} = 0$ ιι. $\begin{vmatrix} x-2 & 3 \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$ ιιι. $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 3 & x \end{vmatrix} = 3$ ιν. $\begin{vmatrix} x-1 & x \\ 3 & 2x \end{vmatrix} = x^2 + 6$

(Απ. ι. x=2 ιι. x= -1 ή x=3 ιιι. x=3 ή x= -3 ιν. x= -1 ή x=6)

9. Να λύσετε τις εξισώσεις

ι. $\begin{vmatrix} x+2 & 2x \\ x-1 & x \end{vmatrix} = 0$ ιι. $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 2x & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = 2x - \begin{vmatrix} 2 & x \\ 4 & x+2 \end{vmatrix}$

(Απ. ι. x=0 ή x=4 ιι. x=1 ή x= - 4)

10. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο των οριζουσών:

ι. $\begin{cases} 5x+3y=-1 \\ 2x-4y=7 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} 2x-\sqrt{6}y=1 \\ \sqrt{24}x+2y=-2 \end{cases}$

ιιι. $\begin{cases} (\sqrt{5}-1)x+y=\sqrt{5}+1 \\ -2x+(\sqrt{5}+1)y=2\sqrt{5} \end{cases}$ ιν. $\begin{cases} \sqrt{3}x-y=2 \\ x+\sqrt{12}y=2\sqrt{3} \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=($\frac{17}{26}, -\frac{37}{26}$) ιι. (x,y)=($\frac{1-\sqrt{6}}{8}, \frac{-2-\sqrt{6}}{8}$) ιιι. (x,y)=(1,2) ιν. (x,y)=($\frac{6\sqrt{3}}{7}, \frac{4}{7}$))

11. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα i) αλγεβρικά ii) γραφικά

α) $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-y=3 \end{cases}$ β) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+2y=9 \end{cases}$ γ) $\begin{cases} -x+2y=4 \\ 2x-4y=-8 \end{cases}$

δ) $\begin{cases} y-2x=4 \\ y-x=2 \end{cases}$ ε) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ στ) $\begin{cases} 3x-y=2 \\ 6x-2y=4 \end{cases}$

(Απ. α) (x,y)=(4,1) β) αδύνατο γ) απειρες λύσεις (x,y)=(2κ-4, κ) , $\kappa \in \mathbf{R}$

δ) (x,y)=(-2,0) ε)αδύνατο στ) απειρες λύσεις (x,y)=(κ, 3κ-2) , $\kappa \in \mathbf{R}$)

12. Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $\begin{vmatrix} 2x & x+2 \\ 4 & x-1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-4 & x-6 \\ 3 & x+4 \end{vmatrix}$ ii) $\begin{vmatrix} 3x-1 & -4 \\ -2 & 3x+1 \end{vmatrix} = 0$

iii) $\begin{vmatrix} x-5 & -8 \\ 2 & x+5 \end{vmatrix} = 0$ iv) $\begin{vmatrix} |x| & 3x \\ x & |x|+2 \end{vmatrix} = -40$

(Απ. ι. . x=5 ή x= -2 ιι. x= -1 ή x=1 ιιι. x=3 ή x= -3 ιν. x= -5 ή x=5)

13. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα με τη μέθοδο των οριζουσών:

i) $\begin{cases} 2x-3y=-13 \\ 4x+5y=7 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ -4x+2y=-6 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} -4x+2y=5 \\ 6x-3y=-2 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} 3x-4y=0 \\ 5x-2y=0 \end{cases}$

(Απ. i) (x,y)=(-2,3) ii) απειρες λύσεις (x,y)=(2κ-3, κ) , $\kappa \in \mathbf{R}$ iii) αδύνατο iv) (x,y)=(0,0))

14. Να προσδιορίσετε το πλήθος των λύσεων των παρακάτω συστημάτων χωρίς να τα λύσετε:

i) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -3x + 5y = -2 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x - 7y = 3 \\ 2x - 10y = -4 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -6x + 3y = -9 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} 6x - 4y = -3 \\ -9x + 6y = 2 \end{cases}$ v) $\begin{cases} 18x - 21y = 3 \\ 6x - 7y = 1 \end{cases}$

(Απ. i) 1 λύση ii) 1 λύση iii) απειρες λύσεις iv) καμία λύση v) απειρες λύσεις)

15. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα

i) $\begin{cases} (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - y = 2 \\ x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})y = \sqrt{3} \end{cases}$ ii) $\begin{cases} (2 - \sqrt{3})x + 2\sqrt{3}y = 4 \\ -\sqrt{3}x + (2 + \sqrt{3})y = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$

iii) $\begin{cases} (\sqrt{5} - \sqrt{3})x + (2 - \sqrt{2})y = 13 \\ (2 + \sqrt{2})x + (\sqrt{5} + \sqrt{3})y = 21 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=($\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}, \frac{1-\sqrt{6}}{2}$) ιι. (x,y)=(2,1) ιιι. αδύνατο)

16. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα :

ι. $\begin{cases} \kappa - 1 = 3 \\ 2\kappa - \lambda = 4 \\ 3\kappa + \lambda - 2\mu = 1 - 42\lambda \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} 3x + y + \omega = 1 \\ x + 8y + \omega = 1 \\ 8x + 64y + 8\omega = 1 \end{cases}$

ιιι. $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - 3z + y = -14 \\ 3x + 2y - z = -1 \end{cases}$ ιν. $\begin{cases} x - y + \omega = 3 \\ x + y + 5\omega = 1 \\ x + 5y + \omega = 5 \end{cases}$

ν. $\begin{cases} 2\alpha + \beta + \gamma = 1 \\ \alpha + 2\beta + \gamma = 2 \\ \alpha + \beta + 2\gamma = 4 \end{cases}$ νι. $\begin{cases} x - 2y + \omega = 1 \\ x + \omega - 1 = 2y \\ 6x - 12y + 6\omega = 6 \end{cases}$

νιι. $\begin{cases} 2x - 5y + 3\omega = 0 \\ x - y + \omega = 0 \\ x + y - 2\omega = 0 \end{cases}$ νιιι. $\begin{cases} x - y + \omega = -2 \\ x + y - \omega = 0 \\ -y + \omega = -1 \end{cases}$

(Απ. ι. (κ,λ,μ)=(4,4,$\frac{183}{2}$) ιι. αδύνατο ιιι. (x,y,z)=(38,- 51,13) ιν. (x,y,ω)=(4, $\frac{1}{3}$,- $\frac{2}{3}$) ν. (α,β,γ)=(- $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{9}{4}$)

νι. (x,y,ω)=(1+2κ-λ,κ,λ) κ,λ∈ ℝ νιι. (x,y,ω)=(0,0,0) νιιι. (x,y,ω)=(-1,κ,κ-1), κ∈ ℝ)

17. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα

i) $\begin{cases} x + y = 1 \\ y + \omega = 0 \\ \omega + x = 5 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x + y = 4 \\ y + \omega = -1 \\ \omega + x = 1 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = -1 \\ z + x = 3 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 2x + y + z = 4 \\ 2x + 2y + z = 5 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y,z)=(3,- 2,2) ιι. (x,y,ω)=(3,1,- 2) ιιι. (x,y,z)=(2,- 2,1) ιν. (x,y,z)=(1,1,1))

18. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα

i) $\begin{cases} \frac{x-5}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{3-\omega}{4} \\ 2x - 4y + \omega = 5 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{8} = \frac{z-7}{4} \\ 5x + 2y - z = 5 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = -\frac{z}{6} \\ 5x + 4y + 3z = 4 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+2}{3} \\ 2x - y + 3z = 10 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y,ω)=(9,2,- 5) ιι. (x,y,z)=(2,2,9) ιιι. (x,y,z)=(1,2,- 3) ιν. (x,y,z)=(5,3,1))

19. Να βρεθεί η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Α(1,2) και Β(-3,1).

(Απ. y= $\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$)

20. Να βρεθούν τα α,β ώστε η ευθεία αx+βy=10 να διέρχεται από τα σημεία Α(3,2) και Β(2,-1) .

(Απ. α= $\frac{30}{7}$, β= - $\frac{10}{7}$)

21. Οι οξείες γωνίες ενός ορθογωνίου τριγώνου διαφέρουν κατά 10° .

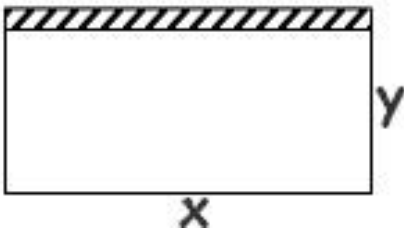
Να υπολογιστούν τις οξείες γωνίες του τριγώνου.

(Απ. $\hat{\varphi} = 50$, $\hat{\omega} = 40$)

22. Αγρότης έχει ένα χωράφι σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με περίμετρο 140 m . Ο αγρότης έφραξε τις τρεις πλευρές με φράκτη.

Η περίφραξη κόστισε 3 € το μέτρο και τα εργατικά 40 €. Συνολικά ο αγρότης πλήρωσε 370 €.

Να βρεθούν οι διαστάσεις του χωραφιού.



(Απ. x=40 m, y=30 m)

23. Οι κάθετες πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου έχουν άθροισμα 17 cm.

Αν αυξήσουμε τη μια κατά 1 cm και ελαττώσουμε την άλλη κατά 1 cm , τότε το εμβαδόν του τριγώνου αυξάνεται κατά 3 cm^2.

Να βρεθεί η υποτείνουσα του τριγώνου.

(Απ. 13 cm)

24. Το άθροισμα των ψηφίων ενός διψήφιου αριθμού είναι 11.

Αν εναλλάξουμε τη θέση των ψηφίων, παίρνουμε αριθμό κατά 27 μεγαλύτερο από τον αρχικό. Να βρεθεί ο αρχικός διψήφιος αριθμός.

(Απ. 47)

25. Σ' ένα γκαράζ υπάρχουν συνολικά 60 οχήματα, αυτοκίνητα και τρίκυκλα.

Αν όλα τα οχήματα έχουν 230 ρόδες , τότε να βρείτε πόσα είναι τα αυτοκίνητα και πόσα τα τρίκυκλα που υπάρχουν στο γκαράζ.

(Απ. 50 αυτοκίνητα και 10 τρίκυκλα)

26. Ένας μαθητής τοποθετεί τα CD του σε 3 θήκες για να τα μεταφέρει.

Η $1^η$ και η $2^η$ θήκη περιέχουν 40 CD. Η $2^η$ και η $3^η$ περιέχουν 50 CD .

Η $1^η$ και η $3^η$ περιέχουν 30 CD. Να βρεθεί το πλήθος των CD σε κάθε θήκη.

(Απ. $1^η$ θήκη 10 CD, $2^η$ θήκη 30 CD, $3^η$ θήκη 20 CD)

27. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα για όλες τις τιμές τις παραμέτρου:

ι. $\begin{cases}(\lambda+2)x+\lambda y=1\\3x+(2-\lambda)y=1\end{cases}$ ιι. $\begin{cases}\lambda x-y=\lambda^2\\x-\lambda y=\lambda^4\end{cases}$ ιιι. $\begin{cases}\lambda^2x=\lambda+2y\\\lambda x+1=\lambda+y\end{cases}$

ιν. $\begin{cases}\lambda x+\lambda y-y=3\lambda+2\\2x+\lambda y=8+y\end{cases}$ ν. $\begin{cases}(2\lambda-3)x+y=\lambda+4\\5\lambda x+3y=3\lambda+2\end{cases}$ νι. $\begin{cases}y=(\lambda-2)x\\y-\lambda x=2\end{cases}$

(Απ. ι. ●Για λ≠1, - 4 : μοναδική λύση ●●Για λ= - 4 : αδύνατο ●●●Για λ= 1 : άπειρες λύσεις της μορφής (κ, 1-3κ) κ ∈ ℝ
ιι. ●Για λ≠1, - 1 : μοναδική λύση ●●Για λ= -1 : αδύνατο ●●●Για λ= 1 : άπειρες λύσεις της μορφής (1+κ, κ) κ ∈ ℝ
ιιι. ●Για λ≠ 0, 2 : μοναδική λύση ●●Για λ=0 : αδύνατο ●●●Για λ= 2 : άπειρες λύσεις της μορφής (κ, 2κ -1) κ ∈ ℝ
ιν. ●Για λ≠1, 2 : μοναδική λύση ●●Για λ= 1 : αδύνατο ●●●Για λ= 2 : άπειρες λύσεις της μορφής (κ,8-2κ) κ ∈ ℝ
ν. ●Για λ≠ 9 : μοναδική λύση ●●Για λ= 9 : αδύνατο
νι. Για κάθε λ∈ ℝ : μοναδική λύση)

28. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα για όλες τις τιμές τις παραμέτρου:

ι. $\begin{cases}\lambda x-y=2-\lambda\\\lambda x+5y=8-\lambda\end{cases}$ ιι. $\begin{cases}\lambda x+y=2\lambda\\x+\lambda y=\lambda+1\end{cases}$ ιιι. $\begin{cases}x+\lambda y=2\\2x+\lambda^2y=\lambda+2\end{cases}$

(Απ. ι. ●Για λ≠ 0 : μοναδική λύση ●●Για λ=0 : αδύνατο
ιι. ●Για λ≠1, - 1 : μοναδική λύση ●●Για λ= - 1 : αδύνατο ●●●Για λ= 1 : άπειρες λύσεις της μορφής (κ,2-κ) κ ∈ ℝ
ιιι.●Για λ≠ 0, 2 : μοναδική λύση ●●Για λ=0 : αδύνατο ●●●Για λ= 2 : άπειρες λύσεις της μορφής (2 - 2κ, κ) κ ∈ ℝ)

29. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα για όλες τις τιμές της παραμέτρου:

i) $\begin{cases} y-1=-\lambda x \\ x=-\lambda(y-1) \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x-\lambda(y-1)=0 \\ x+y+1=2\lambda \end{cases}$ iii) $\begin{cases} 1-\lambda(x-y)=0 \\ (\lambda+1)(x-1)=2y \end{cases}$

(Απ. ι. ●Για λ≠1, - 1 : μοναδική λύση ●●Για λ= - 1 : άπειρες λύσεις της μορφής (κ-1,κ) κ ∈ ℝ
●●●Για λ= 1 : άπειρες λύσεις της μορφής (1-κ,κ) κ ∈ ℝ
ιι. ●Για λ≠ -1 : μοναδική λύση ●●Για λ= - 1 : αδύνατο
ιιι.●Για λ≠ 0,1 : μοναδική λύση ●●Για λ=0 : αδύνατο ●●●Για λ= 1 : άπειρες λύσεις της μορφής (κ, κ-1) κ ∈ ℝ)

30. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα για όλες τις τιμές της παραμέτρου:

i) $\begin{cases} (\lambda-3)x-(\lambda+1)y=3 \\ 3x+(\lambda+2)y=-1 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} (\lambda+1)x-2\lambda y=2\lambda+4 \\ \lambda x-3\lambda y=2\lambda+3 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} \lambda(x-4)=-4(2y+1) \\ (\lambda-1)x+(\lambda+2)y=3\lambda-4 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} \lambda^2 x-3y=6-\lambda \\ \lambda x+y=-3 \end{cases}$

v) $\begin{cases} \lambda x-(\lambda+1)y=\lambda-1 \\ (\lambda+2)x-6y=\lambda \end{cases}$

(Απ. ι. ●Για λ≠1, - 3 : μοναδική λύση ●●Για λ= 1 : αδύνατο ●●●Για λ=-3 : αδύνατο
ιι. ●Για λ≠ 0, −3 : μοναδική λύση ●●Για λ= 0 : αδύνατο ●●●Για λ= -3 : άπειρες λύσεις της μορφής (3κ+1, κ) κ ∈ ℝ
ιιι. ●Για λ≠ 2, 4 : μοναδική λύση ●●Για λ=4 : αδύνατο ●●●Για λ= 2 : άπειρες λύσεις της μορφής (2-4κ, κ) κ ∈ ℝ
ιν. ●Για λ≠ 0 , −3 : μοναδική λύση ●●Για λ= 0 : αδύνατο ●●●Για λ= -3 : άπειρες λύσεις της μορφής (κ,3κ-3) κ ∈ ℝ
ν. ●Για λ≠ 1, 2 : μοναδική λύση ●●Για λ=1 : αδύνατο ●●●Για λ=2 : άπειρες λύσεις της μορφής ($\frac{3\kappa+1}{2}$, κ) κ ∈ ℝ)

31. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} (\lambda-2)x+5y=5 \\ x+(\lambda+2)y=8-\lambda \end{cases}$ (Σ)

α) να λύσετε το (Σ) για τις διάφορες τιμές του λ

β) αν το (Σ) είναι αδύνατο, να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} \lambda x+5y+4=0 \\ 6x+\lambda y-15=0 \end{cases}$

(Απ. α) ●Για λ≠ 3, - 3 : μοναδική λύση ●●Για λ= - 3 : αδύνατο ●●●Για λ= 3 : άπειρες λύσεις της μορφής (5-5κ, κ) κ ∈ ℝ
β) (x,y)=(3,1))

32. Να βρείτε την σχετική θέση των ευθειών **(ε_1) : κx+y=κ** και **(ε_2) : x+κy=1** για κάθε τιμή του κ ∈ ℝ.

(Απ. ●Για κ≠-1,1 οι ευθείες τέμνονται. ●●Για κ= -1,1 οι ευθείες ταυτίζονται)

33. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ ώστε το σύστημα :

(ι) $\begin{cases}(\mu-1)x+(\mu+7)y=8\\ 4x+5y=1+\mu\end{cases}$ να έχει μοναδική λύση.

(ιι) $\begin{cases}(\mu^2-1)x-y=\mu\\ 2x-y=\mu-1\end{cases}$ να είναι αδύνατο

(ιιι) $\begin{cases}x+\mu y=2\\ \mu x-4\mu y=3\mu+4\end{cases}$ να έχει άπειρες λύσεις

(Απ. ι. $\mu\neq 33$ ιι. $\mu=\pm\sqrt{3}$ ιιι. $\mu=-4$)

34. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases}(\lambda+1)x+2y=\lambda+\kappa\\ (3\lambda+1)x+4y=2\lambda-\kappa+6\end{cases}$

(ι) Για ποιες τιμές των κ, λ $\in \mathbf{R}$ το σύστημα έχει άπειρες λύσεις;

(ιι) Για κ=2, λ=1 , να λύσετε το σύστημα.

(Απ. (ι) κ=2, λ=1 (ιι) απειρες λυσεις της μορφης (x , y)= (α, $\frac{3}{2}-\alpha$) α $\in \mathbf{R}$)

35. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases}3x-\kappa y=17\kappa\\ \kappa x+3y=6\kappa^2+3\end{cases}$

(i) Να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση για κάθε κ $\in \mathbb{R}$ και ότι η λύση αυτή είναι $(x_0,y_0)=(6\kappa,1)$, $\kappa\in\mathbf{R}$.

(ii) Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου **κ** ώστε $x_0+y_0=0$.

(Απ. (ii) κ= - $\frac{1}{6}$)

36. Αν το σύστημα $\begin{cases}\alpha x+\beta y=\alpha\\ \beta x+y=\beta\end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις, τότε να αποδείξετε ότι

$$\alpha=\beta^2$$

37. Εάν τα συστήματα $\Sigma 1:\begin{cases}x+y=4-\lambda\\ y=\lambda-3\end{cases}$ και $\Sigma 2:\begin{cases}x-y=2+\mu\\ 2x+y=11\mu-17\end{cases}$

έχουν κοινή λύση την (x_o,y_o), τότε να βρείτε τα λ, μ ,x_o, y_o.

(Απ. λ = μ =2 , x_o =3, y_o = - 1)

38. Έστω τα συστήματα $(\Sigma_1):\begin{cases}\lambda^2 x+(\lambda+2)y=\lambda+6\\ x+y=2\end{cases}$, $(\Sigma_2):\begin{cases}\lambda x-2y=1\\ 3x+(\lambda-5)y=2\end{cases}$

Να βρείτε το $\lambda\in\mathbf{R}$ ώστε συγχρόνως το (Σ_1) να έχει άπειρες λύσεις και

το (Σ_2) να είναι αδύνατον.

(Απ. $\lambda=2$)

39. Έστω τα συστήματα $(\Sigma_1):\begin{cases}\lambda x+\mu y=\lambda-1\\ 2x+4y=\mu\end{cases}$, $(\Sigma_2):\begin{cases}(\lambda+3)x-2\mu y=1\\ x-y=0\end{cases}$

Να βρείτε τα $\lambda,\mu\in\mathbf{R}$ ώστε τα (Σ_1) , (Σ_2) να είναι συγχρόνως αδύνατα.

(Απ. $\lambda=1$, $\mu=2$)

40. Έστω τα συστήματα $(\Sigma_1):\begin{cases}\lambda x+y=\lambda+1\\ 2x+(\lambda+1)y=4\end{cases}$, $(\Sigma_2):\begin{cases}(\lambda-3)x-2y=\lambda-1\\ x+\lambda y=0\end{cases}$

Να βρείτε το $\lambda\in\mathbf{R}$ ώστε τα (Σ_1) , (Σ_2) συγχρόνως να έχουν άπειρες λύσεις.

(Απ. $\lambda=1$, $\mu=2$)

41. Έστω τα συστήματα

$$(\Sigma_1):\begin{cases}(2\lambda-2)x+2y=\lambda\\ \mu x+y=\mu\end{cases},(\Sigma_2):\begin{cases}(\lambda-3)x+(\mu-1)y=\lambda-3\\ 2x+4y=\mu-1\end{cases}$$

Να βρείτε τα $\lambda,\mu\in\mathbf{R}$ ώστε συγχρόνως το (Σ_1) να είναι αδύνατον και

το (Σ_2) να έχει άπειρες λύσεις .

(Απ. $\lambda=4$, $\mu=3$)

42. Εάν το γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y

έχει μοναδική λύση (x_0,y_0) και για τις ορίζουσες του D, Dx, Dy ισχύει ότι:

$$Dx+Dy=2D \quad \text{και} \quad 3Dx-2Dy=16D ,$$

τότε να βρείτε την λύση (x_0,y_0) του (Σ).

(Απ. $(x_0,y_0)=(4,-2)$)

43. Εάν για το γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y ισχύει για τις ορίζουσες του D, Dx, Dy ότι : Dx=D≠0 και Dy = $\frac{D}{2}$, τότε να λύσετε το σύστημα (Σ).

(Απ. (x,y)=(1, $\frac{1}{2}$))

44. Εάν για το γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y ισχύει για τις ορίζουσες του D, Dx, Dy ότι : $(D-1)^2+(D-Dx)^2+(D-Dy)^2=0$, τότε να λύσετε το σύστημα (Σ).

(Απ. (x,y)=(1, 1))

45. Αν ένα γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) και για τις ορίζουσες του D, Dx, Dy ισχύει ότι :

$$\begin{cases} Dx - Dy = D \\ 2Dx + Dy = 2015D \end{cases},$$

τότε να βρείτε τη λύση (x_0, y_0).

(Απ. $(x_0, y_0) = (672, 671)$)

46. Σε ένα γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y που έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) ισχύει για τις ορίζουσες του D, Dx, Dy ότι:

$$D_x^2 + D_y^2 + D^2 = D_x D_y + D_x D + D_y D .$$

Να βρείτε την λύση (x_0, y_0) και να δείξετε ότι το σημείο (x_0, y_0) ανήκει στην ευθεία (ε) : x - 2y= -1 .

(Απ. $(x_0,y_0)=(1,1)$)

47. Σε ένα γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y ισχύει για τις ορίζουσες του D, Dx, Dy ότι:

$$D_x^2 + D_y^2 + 2D^2 = 2(D_x - D + D_y D - 1)$$

Να λύσετε το σύστημα (Σ).

(Απ. (x,y)=(-1,1))

48. Ένα γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) η οποία ανήκει στην ευθεία (ε) : y=x και για τις ορίζουσες του D, Dx ισχύει ότι 2D=Dx . Να βρείτε την λύση (x_0, y_0) .

(Απ. $(x_0, y_0) = (2,2)$)

49. Ένα γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) και για τις ορίζουσες του D, Dx , Dy ισχύει ότι:

2Dx-3Dy=10D.

Να δείξετε ότι το σημείο (x_0, y_0) ανήκει στην ευθεία (ε) : 2x-3y=10.

50. Ένα γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) και για τις ορίζουσες του D, Dx , Dy ισχύει ότι:

Dx+4Dy-5D=0.

Να δείξετε ότι η μοναδική λύση (x_o,y_o) δεν μπορεί να είναι το ζεύγος (1,2).

51. Ένα γραμμικό σύστημα (Σ) δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x,y έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) και για τις ορίζουσες του D, Dx , Dy ισχύει ότι:

$$D_x^2 + D_y^2 + D^2 \leq 2D_y D$$

Να βρείτε την λύση (x_0, y_0).

(Απ. $(x_0, y_0) = (0,1)$)

52. Για τις ορίζουσες ενός 2×2 γραμμικού συστήματος, με αγνώστους x και y , ισχύει: $\begin{vmatrix} D_x & -D_y \\ D_y & D_x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & D \\ D & D - 2D_y - 5 \end{vmatrix}$

Να λύσετε το σύστημα.

(Απ. $(x,y) = (0,2)$)

53. Αν σε ένα γραμμικό σύστημα με αγνώστους x και y ,ισχύει:

$$D_x^2 + D_y^2 + 2D^2 = 2\left(DD_x - D_y + D - 1\right)$$

Να αποδείξετε ότι το σύστημα έχει μια μόνο λύση και να την βρείτε.

(Απ. $(x,y) = (1,-1)$)

54. Έστω ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x και y, για το οποίο ισχύουν οι σχέσεις : $D_x^2 + D_y^2 + 17 \leq 2D_x - 8D_y$ και $D = 2D_x - D_y$.
Να αποδείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση την οποία και να βρείτε.
(Απ. $(x,y) = \left(\frac{1}{6}, -\frac{2}{3}\right)$)

55. Έστω $D = \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix}$ η ορίζουσα ενός 2×2 γραμμικού συστήματος ,με αγνώστους x και y. Αν για την ορίζουσα D του συστήματος ισχύει ότι $\begin{vmatrix} \alpha D & 2\beta D \\ 4\gamma D & 8\delta D \end{vmatrix} = 64$

i) Να υπολογίσετε τη D

ii) Να αποδείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση

iii) και αν επιπλέον ισχύει: $D_x^2 + D_y^2 + 8D_x - 4D_y + 20 = 0$,να λυθεί το σύστημα.

(Απ. ι) D=2 ιιι) $(x,y) = (2,1)$)

56. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

ι. $\begin{cases} |x| - 3|y| + 1 = 0 \\ 2|x| + |y| = 5 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} \frac{2}{t+1} - \frac{3}{\omega} = 7 \\ \frac{2}{t+1} + \frac{2}{\omega} = 2 \end{cases}$ ιιι. $\begin{cases} \alpha + \beta = 5 \\ \beta + \gamma = 6 \\ \gamma + \alpha = 7 \end{cases}$

ιν. $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{\omega} = -\frac{1}{16} \\ \frac{2}{\omega} + \frac{1}{x} = 0 \end{cases}$ ν. $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{\omega}{5} \\ 2x - 5y + 3\omega = 32 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=(2,1) ή (-2,1) ή (2,-1) ή (-2,-1) ιι. (t,ω)=(-$\frac{1}{2}$, -1) ιιι. (α,β,γ)=(3,2,4) ιν. αδύνατο ν. (x,y,ω)=(16,24,40))

57. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

ι. $\begin{cases} x - y = 7 \\ xy = 18 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x + y = 1 \end{cases}$ ιιι. $\begin{cases} \kappa^2 - \lambda = 1 \\ \kappa - \lambda = -5 \end{cases}$

ιν. $\begin{cases} x + y = 2y \\ y = x^2 - 2x + 2 \end{cases}$ ν. $\begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = 625 \\ \alpha + \beta = 35 \end{cases}$ νι. $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=(-2,-9) ή (9,2) ιι. (x,y)=($\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}$) ή ($\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}$) ιιι. (κ,λ)=(3,8) ή (-2,3)

ιν. (x,y)=(1,1) ή (2,2) ν. (α,β)=(20,15) ή (15,20) νι. (x,y)=(-1,-2) ή (2,1))

58. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

ι. $\begin{cases} -x + y = -3 \\ x^2 + 2y^2 = 9 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1 \\ -2x^2 + 5y^2 = 2 \end{cases}$

ιιι. $\begin{cases} x^2+y^2=17 \\ xy=-4 \end{cases}$ ιν. $\begin{cases} x+y=2 \\ yx=-8 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=(1,-2) ή (3,0) ιι. (x,y)=(3,2) ή (3,-2) ή (-3,2) ή (-3,-2) ιιι. (x,y)=(1,-4) ή (-1,4) ή (4,-1) ή (-4,1)
ιν. (x,y)=(-2,4) ή (4,-2))

59. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

ι. $\begin{cases} |x|+2|y|=7 \\ 3|x|-5|y|=-1 \end{cases}$ ιι. $\begin{cases} x+y=1 \\ |y|-x=1 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=(3,2) ή (3,-2) ή (-3,2) ή (-3,-2) ιι. (x,y)=(0,1))

60. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα

i) $\begin{cases} 2|x|-3|y|=1 \\ 3|x|-|y|=5 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} 2|x+1|+3|y+3|=7 \\ 3|x+1|-|y+3|=5 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} 5|x-5|+2|y-1|=17 \\ 3|x-5|-4|y-1|=5 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} (x-2y)^2-|x-2y|-6=0 \\ x+2y=1 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=(2,1) ή (2,-1) ή (-2,1) ή (-2,-1) ιι. (x,y)=(1,0) ή (1,-2) ή (-3,0) ή (-3,-2)

ιιι. (x,y)=(8,0) ή (8,2) ή (2,0) ή (2,2) ιν. (x,y)=(-1,1) ή (2 , $-\frac{1}{2}$))

61. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα

i) $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{2}{3y}=-3 \\ \frac{2}{x}-\frac{1}{y}=-5 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} \frac{3}{x}-\frac{2}{y}=-2 \\ \frac{4}{x}-\frac{1}{y}=-\frac{1}{6} \end{cases}$ iii) $\begin{cases} \frac{3}{x-1}-\frac{2}{2y-1}=1 \\ \frac{1}{x-1}+\frac{2}{6y-3}=-1 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} \frac{1}{x-7}+\frac{2}{y+2}=1 \\ \frac{2}{7-x}-\frac{3}{y+2}=1 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=(-1, $\frac{1}{3}$) ιι. (x,y)=(3, $\frac{2}{3}$) ιιι. (x,y)=(-2,0) ιν. (x,y)= ($\frac{22}{3}$, $-\frac{11}{5}$))

62. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα

i) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1 \\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{7} \\ \frac{1}{z}+\frac{1}{x}=\frac{1}{7} \end{cases}$ ii) $\begin{cases} \frac{2}{x+y}-\frac{3}{y+\omega}+\frac{4}{\omega+x}=4 \\ -\frac{4}{x+y}+\frac{3}{y+\omega}-\frac{1}{\omega+x}=0 \\ -\frac{2}{x+y}+\frac{9}{y+\omega}+\frac{3}{\omega+x}=1 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} \frac{1}{x+y}=2 \\ \frac{1}{y+\omega}=3 \\ \frac{1}{\omega+x}=6 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y,z)=(2,2, - $\frac{5}{14}$) ιι. (x,y,ω)=(1 , -3, 0) ιιι. (x,y,ω)= ($\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$,0))

63. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τα αποτελέσματα.

i) $\begin{cases} x^2+y^2=8 \\ x^2=-2y \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x^2+y^2=148 \\ y=3x^2 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} x^2+y^2=3 \\ y^2=2x \end{cases}$

iv) $\begin{cases} x^2-y=0 \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$ v) $\begin{cases} x^2+y^2=45 \\ y^2=12x \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=(-2,-2) ή (2,-2) ιι. (x,y)=(-2,12) ή (2,12) ιιι. (x,y) = (1, $\sqrt{2}$) ή (1, $-\sqrt{2}$) ιν. (x,y)=(1,1) ή (-1,1)

ιν. (x,y) = (3,6) ή (3, -6))

64. Να λυθούν τα συστήματα:

i) $\begin{cases} 2xy + 4y^2 - 5y = 0 \\ y = 2x^2 - 3x + 1 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} (y - 2x)(x + y) = 0 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} (3x - 2y + 3)(4x + y + 2) = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} x^2 - 9x = y^2 - 9y \\ xy = 18 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)=($\frac{5+\sqrt{33}}{8}, \frac{15-\sqrt{33}}{16}$) ή ($\frac{5-\sqrt{33}}{8}, \frac{15+\sqrt{33}}{16}$) ή (1,0) ή ($\frac{1}{2}, 0$) ιι. (x,y)=(1,-1) ή (-1,-2)

ιιι. (x,y) = (1, 3) ή $(-2,6)$ ιν. (x,y)= ($3\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$) ή $(-3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$ ή (3,6) ή (6,3))

65. Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

i) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x^2 - 2xy - y^2 = 7 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 19 \\ x - y = 1 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} y^2 + xy + 2y = 10 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = -1 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)= (2,-3) ή (-4,9) ιι. (x,y)=(3,2) ή (-2,-3) ιιι. (x,y) = (1, 2) ή $(-5,5)$ ιν. (x,y)= $(1, -1)$ ή ($\frac{13}{11}, -\frac{10}{11}$))

66. Να λύσετε τα συστήματα και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τα αποτελέσματα

i) $\begin{cases} y = 2x^2 \\ x - y = -1 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} y = 2x^2 \\ x + y = 3 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} y^2 = x \\ x + y = 2 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} y^2 = -7x \\ x + y = 8 \end{cases}$ v) $\begin{cases} x^2 = 8y \\ 2x - y = 6 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)= (1,2) ή $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ιι. (x,y)= (1,2) ή $(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ ιιι. (x,y) = (1,1) ή $(4, -2)$ ιν. αδυνατον

ν. (x,y)= (4,2) ή (12,18))

67. Να λύσετε τα συστήματα και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τα αποτελέσματα

i) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x - y = 5 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ 2x + y = -3 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)= $(2, -3)$ ή $(3, -2)$ ιι. (x,y)= $(-2,1)$ ή $(-\frac{2}{5}, -\frac{11}{5})$ ιιι. αδυνατον)

68. Να λύσετε τα συστήματα και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τα αποτελέσματα

i) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ xy = 20 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ xy = 10 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ xy = -4 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = -3 \end{cases}$

(Απ. ι. (x,y)= (5,4) ή $(-5, -4)$ ή (4.5) ή $(-4, -5)$ ιι. (x,y)= (5,2) ή $(-5, -2)$ ή (2.5) ή $(-2, -5)$

ιιι. (x,y)= $(4, -1)$ ή $(-4,1)$ ή $(1. -4)$ ή $(-1,4)$ ιν. (x,y)= $(3, -1)$ ή $(-3,1)$ ή $(1. -3)$ ή $(-1,3)$)

69. Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} \lambda x + \lambda y = 1 \\ x + \lambda y = \lambda \end{cases}$

(ι) Να βρείτε για ποια τιμή του λ το σύστημα έχει μοναδική λύση (x_o,y_o) για την οποία ισχύει η σχέση : $\boldsymbol{2x_o - y_o = -\frac{7}{2}}$

(ιι)Για **λ=2** , να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} a+b+c=\lambda \\ \lambda ab-c^2=\lambda^2 \end{cases}$

(Απ. (i) λ=2 (ii) (a,b,c)=(2,2,-2))

70. Έστω γραμμικό σύστημα 2×2 με αγνώστους x, y το οποίο έχει μοναδική λύση , την $(x,y)=(-1,3)$ και για το οποίο ισχύει ότι $3D_x+\lambda D_y=-9D$

α) Να δείξετε ότι **λ= -2** .

β) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x-\lambda y=5 \\ x^2+\lambda\left(xy+y^2\right)=1 \end{cases}$

(Απ. β) (x,y)=(-3,4) ή (3,1))

71. Δίνεται η ευθεία με εξίσωση y=λx-2 και η παραβολή $\frac{1}{2}y=x^2$.

Να προσδιορίσετε το λ ∈ ℝ ώστε η ευθεία να έχει με την παραβολή :

(ι) ένα κοινό σημείο

(ιι) δύο κοινά σημεία

(ιιι) κανένα κοινό σημείο

(Απ. ι. λ=4 ή λ=-4 ιι. λ>4 ή λ< - 4 ιιι. - 4<λ<4)

72. Δίνονται η παραβολή $y=2x^2$ και η ευθεία $x+y=k$, όπου $k\in R$. Να βρείτε το πλήθος των κοινών τους σημείων για τις διάφορες τιμές του k.

(Απ. κ= $-\frac{1}{8}$: 1 σημείο , κ>$-\frac{1}{8}$: 2 σημείο , κ<$-\frac{1}{8}$: κανενα σημείο)

73. Για τις διάφορες τιμές του $\mu\in R$ να προσδιορίσετε τον αριθμό των λύσεων του συστήματος $\begin{cases} x^2=3y \\ y=2x+\mu \end{cases}$ και να βρείτε τις λύσεις σε κάθε περίπτωση.

(Απ. μ= -3 : 1 λύση , μ>-3 : 2 λύσεις , μ<-3 : καμια λύση)

74. Για τις διάφορες τιμές του $\mu\in R$ να προσδιορίσετε τον αριθμό των λύσεων του συστήματος $\begin{cases} y^2=5x \\ x=2y-\mu \end{cases}$ και να βρείτε τις λύσεις σε κάθε περίπτωση.

(Απ. μ= 5 : 1 λύση , μ<5 : 2 λύσεις , μ>5 : καμια λύση)

75. Δίνεται ο κύκλος $x^2 + y^2 = 4$ και η υπερβολή $y = \frac{\alpha}{x}$, $\alpha < 0$.

i) Για τις τιμές του αριθμού **α** , να βρείτε το πλήθος των κοινών σημείων των δύο γραμμών.

ii) Να παραστήσετε γραφικά τα αποτελέσματα.

(Απ. ι) α= $2, -2$: 2 σημεία , -2<α<2 : 4 σημεία , α<-2 ή α.2 : κανενα σημείο)

76. α) Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in R$, να βρείτε το πλήθος των λύσεων του συστήματος:

$$(\Sigma): \begin{cases} x^2 + y = 2 & (1) \\ y - 2x = \lambda & (2) \end{cases}$$

β) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τα αποτελέσματα.

(Απ. α) λ=3 : 1 λύση , λ<3 : 2 λύσεις , λ>3 : καμια λύση)

77. α) Για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in R$, να βρείτε το πλήθος των λύσεων του συστήματος:

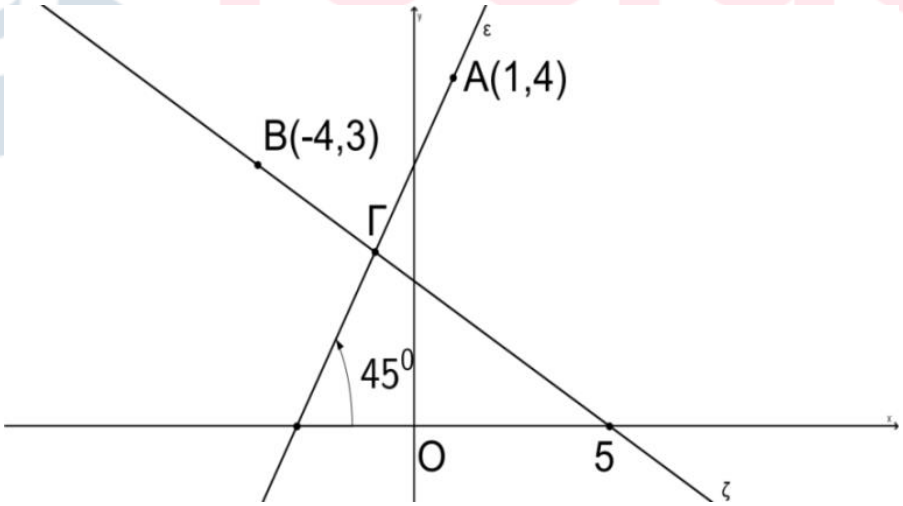
$$(\Sigma): \begin{cases} x^2 + y^2 = 8 & (1) \\ x - y = \lambda & (2) \end{cases}$$

β) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τα αποτελέσματα.

(Απ. α) λ=4,-4 : 1 λύση , -4<λ<4 : 2 λύσεις , λ λ>4 : κ<-4 ή καμια λύση)

78. Δίνονται οι ευθείες ε και ζ του παρακάτω σχήματος. Να βρείτε:

i) τις εξισώσεις των ευθειών ε και ζ . ii) τις συντεταγμένες του σημείου Γ .



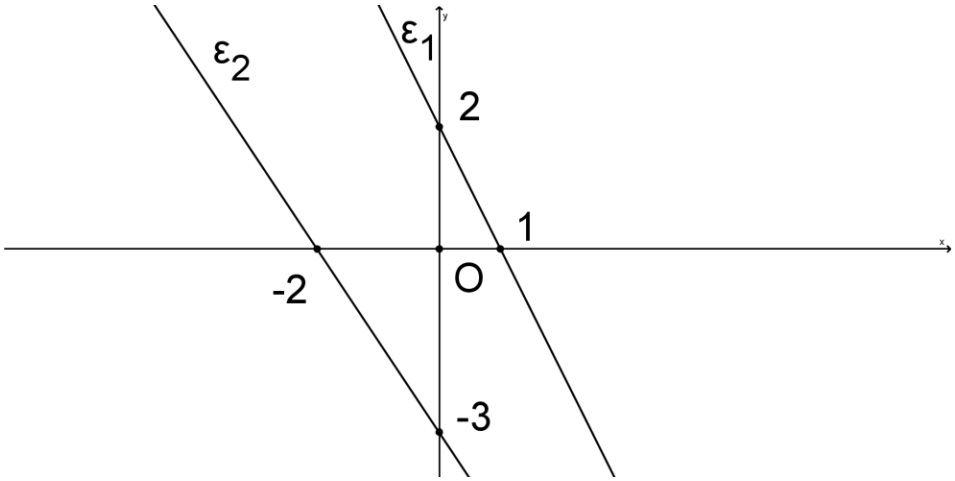
(Απ. ι) ε: y=x+3 , ζ : x+3y -5=0 ιι) Γ(-1,2))

79. Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 του παρακάτω σχήματος.

i) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ε_1 και ε_2.

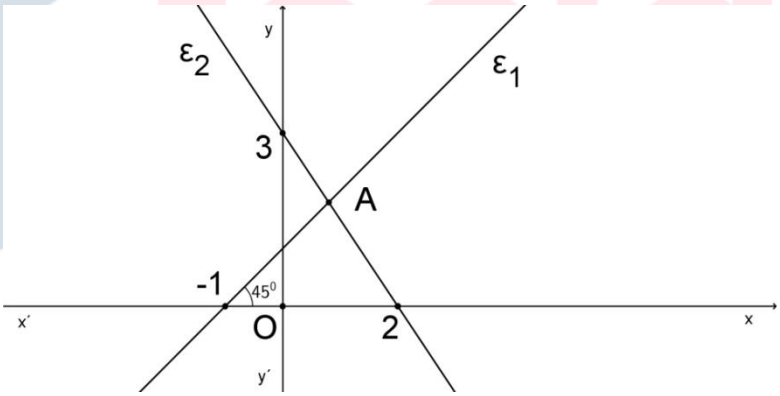
ii) Να εξηγήσετε γιατί οι ευθείες ε_1 και ε_2 δεν είναι παράλληλες.

iii) Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2



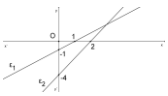
(Απ. ι) $\varepsilon_1 : y = -2x + 2$, $\varepsilon_2 : y = -\frac{3}{2}x - 3$ ιii) K(10, -18))

80. Να βρείτε το κοινό σημείο Α των ευθειών που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



(Απ. $K\left(\frac{4}{5}, \frac{9}{5}\right)$)

81. i) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών ε_1 και ε_2 του παρακάτω σχήματος.



ii) Ποιο σύστημα ορίζουν οι ε_1 και ε_2 και ποια είναι η λύση του συστήματος;

(Απ. ι) $\varepsilon_1: y = x - 1$, $\varepsilon_2: y = 2x - 4$ ιι) Κ(3,2))

82. Δίνονται τα σημεία $A(1,1)$, $B(0,-2)$, $\Gamma(6,0)$ και $\Delta(3,3)$.

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών AB και $\Gamma\Delta$

β) Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών αυτών.

(Απ. α) $AB: y = 3x - 2$, $\Gamma\Delta: y = -x + 6$ β) Κ(2,4))

83. Ένα θέατρο έχει 25 σειρές καθισμάτων χωρισμένες σε δύο διαζώματα. Η καθεμία από τις σειρές του κάτω διαζώματος έχει 14 καθίσματα και η καθεμία από τις σειρές του πάνω διαζώματος έχει 16 καθίσματα, ενώ η συνολική χωρητικότητα του θεάτρου είναι 374 καθίσματα.

Αν x ο αριθμός σειρών του κάτω και y ο αριθμός σειρών του πάνω διαζώματος, να βρείτε τα x,y .

(Απ. x=13,y =12)

84. Σε ένα πορτοφόλι υπάρχουν 4.200 € σε χαρτονομίσματα των 50 € και των 100 €. Τα χαρτονομίσματα των 100 € είναι τριπλάσια από αυτά των 50 €. Πόσα είναι τα χαρτονομίσματα των 100 € και πόσα των 50 €;

(Απ. 12 των 50 € και 36 των 100 €)

85. Το άθροισμα δύο ακεραίων είναι 26, ενώ αν διαιρέσουμε τον μεγαλύτερο με τον μικρότερο, βρίσκουμε πηλίκο 4 και υπόλοιπο 1. Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς.

(Απ. 21 και 5)

86. Αν ο Μέγας Αλέξανδρος είχε πεθάνει 9 χρόνια νωρίτερα, τότε ο χρόνος της βασιλείας του θα ήταν ίσος με το $\frac{1}{8}$ του χρόνου της ζωής του. Αν όμως πέθαινε 9 χρόνια αργότερα , και εξακολουθούσε να βασιλεύει , τότε ο χρόνος της βασιλείας του θα ήταν ίσος με το $\frac{1}{2}$ του χρόνου της ζωής του. Να βρείτε πόσα χρόνια βασίλεψε.

(Απ. 12)

87. Διαθέτουμε 60 χαρτονομίσματα των 5 € ,10 € και 20 €, συνολικής αξίας 800 €. Τα χαρτονομίσματα των 5 € και των 10 € μαζί είναι ίσα σε πλήθος με τα χαρτονομίσματα των 20 €. Να βρείτε πόσα είναι τα χαρτονομίσματα των 5 €, πόσα των 10 € και πόσα των 20 €.

(Απ. 20 των 5€ και 10 των 10€ και 30 των 20€)

88. Σε ένα εργοστάσιο παρασκευάστηκαν 500 λίτρα ενός ποτού, περιεκτικότητας 36% σε αλκοόλ, αναμειγνύοντας μία ποσότητα τύπου Α, με περιεκτικότητα 30% σε αλκοόλ, με μία ποσότητα τύπου Β, με περιεκτικότητα 40% σε αλκοόλ. Να βρείτε πόσα λίτρα από κάθε τύπο χρησιμοποιήθηκαν.
(Απ. τυπου Α : 200 λιτρα , τυπου Β : 300 λίτρα)

89. Ένας χημικός εκτελεί ένα πείραμα και θέλει να παρασκευάσει 300g διαλύματος Γ περιεκτικότητας 20% w/w , αναμειγνύοντας δύο διαλύματα Α και Β με περιεκτικότητες 30% w/w και 5% w/w αντίστοιχα. Να βρείτε πόσα γραμμάρια χρειάζεται από τα διαλύματα Α και Β.
(Απ. Α : 180 γραμ. , Β : 120 γραμ.)

90. Ένας ιδιώτης καταθέτει το ποσό των 30.000 € σε τράπεζα χωρίζοντάς το σε δυο μέρη. Το ένα μέρος του ποσού τοκίζεται με επιτόκιο 5% και το άλλο με επιτόκιο 3%. Να βρείτε τα δύο ποσά, αν γνωρίζετε ότι ο συνολικός ετήσιος τόκος είναι 1.260€.
(Απ. 18000 με 5% και 12000 με 3%)

91. Μια ποτοποιία παρασκεύασε 500 λίτρα τσιπουρο περιεκτικότητας 36% vol , αναμειγνύοντας δύο ποιότητες με περιεκτικότητες 48% vol και 32% vol αντίστοιχα. Πόσα λίτρα από κάθε ποιότητα χρησιμοποίησε;
(Απ. 125 λιτρα ποικιλιας 48% και 375 λιτρα ποικιλιας 32%)

92. Ένα κράμα δύο μετάλλων Α και Β αποτελείται κατά βάρος από 25% Α και 45% Β . Ένα άλλο κράμα αποτελείται από 50% Α και 30% Β. Πόσο πρέπει να αναμείξουμε από κάθε κράμα για να πάρουμε 12 κιλά κράμα που να περιέχει το ίδιο βάρος από τα Α και Β.
(Απ. 6 κιλα απο το καθενα)

93) Δίνονται οι ευθείες:

$\varepsilon_1: \lambda x + y = 1$ και $\varepsilon_2: x + \lambda y = \lambda^2$

i) Να βρείτε για ποίες τιμές του λ οι δύο ευθείες τέμνονται και να γράψετε τις συντεταγμένες του κοινού τους σημείου συναρτήσει του λ.

ii) Για ποια τιμή του λ οι δύο ευθείες είναι παράλληλες;

iii) Αν οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται , να αποδείξετε ότι οι ευθείες:

$\lambda x + \lambda^2 y = \lambda^3$ και $2x + 2\lambda y = \lambda^2 - 1$

είναι παράλληλες.

94) Δίνονται οι ευθείες:

$\varepsilon_1: 2x - y = -1$ και $\varepsilon_2: (\lambda - 1)x - y = 6$ με παράμετρο $\lambda \in R$.

i) Για ποια τιμή του λ οι δύο ευθείες είναι παράλληλες;

ii) Να παραστήσετε γραφικά τις ε_1 και ε_2 για $\lambda = 3$.

iii) Υπάρχει τιμή του $\lambda \in R$, ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να ταυτίζονται;
Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

95) Δίνονται οι ευθείες:

$\varepsilon_1: 2x + 6y = 3$ και $\varepsilon_2: x + 3y = \alpha - 1$ με παράμετρο $\alpha \in R$.

i) Να βρείτε τους συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών ε_1 και ε_2.

ii) Υπάρχουν τιμές της παραμέτρου α , για τις οποίες οι ευθείες τέμνονται;

iii) Για ποιες τιμές της παραμέτρου α , οι ευθείες:

α)είναι παράλληλες; β) συμπίπτουν;

96) Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: y = (-\lambda + \mu)x + 2\lambda - \mu$, όπου $\lambda, \mu \in R$. Να βρεθούν οι τιμές των λ και μ, αν η ευθεία **ε** διέρχεται από το σημείο $A(0,1)$ και είναι παράλληλη στην ευθεία $\eta: y = -2x + 2016$.

97) Δίνονται οι ευθείες:

$\varepsilon_1: 6x + 12y = 9$ και $\varepsilon_2: 3x - 3\lambda = -6y$ με παράμετρο $\lambda \in R$.

i) Να βρείτε τους συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών ε_1 και ε_2.

ii) Υπάρχουν τιμές της παραμέτρου α , για τις οποίες οι ευθείες τέμνονται;

iii) Για ποιες τιμές της παραμέτρου α , οι ευθείες:

α)είναι παράλληλες; β) συμπίπτουν;

98) Να βρείτε , για τις διάφορες τιμές του $\alpha \in R$ τα κοινά σημεία των ευθειών:

i) $\varepsilon_1: \alpha x + 3y = 9$ και $\varepsilon_2: 3x + \alpha y = \alpha^2$

ii) $\varepsilon_1: (a-1)x - 4y = a + 3$ και $\varepsilon_2: ax + (a-1)y = 1$

iii) $\varepsilon_1: 2x - 2y = \alpha$ και $\varepsilon_2: \alpha x - y = 2$

iv) $\varepsilon_1: (\alpha - 1)x + ay = 7$ και $\varepsilon_2: 2x - y = a - 3$

v) $\varepsilon_1: (a-1)x - 2y = 1$ και $\varepsilon_2: 4x - (a+1)y = 2$

99) Έστω το σύστημα:

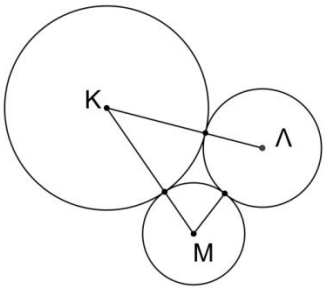
$$(\Sigma): \begin{cases} (\lambda - 2)x + 5y = 5 \\ x + (\lambda + 2)y = 5 \end{cases}$$

i) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in R$ οι εξισώσεις του (Σ) παριστάνουν δύο ευθείες ε_1 και ε_2.

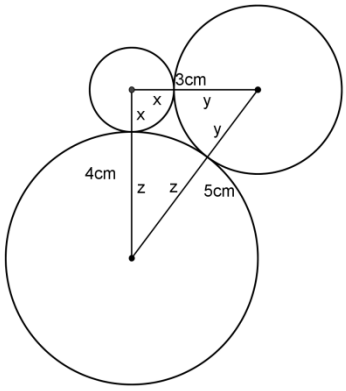
ii) Για τις διάφορες τιμές του λ , να βρείτε τη σχετική θέση των ευθειών ε_1 και ε_2.

iii) Να προσδιορίσετε το λ , αν οι ευθείες τέμνονται στο σημείο $M(\frac{5}{3}, \frac{5}{3})$.

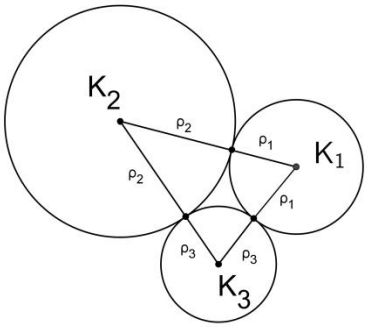
100) Αν $\text{ΚΜ} = 6\text{cm}$, $\text{ΛΜ} = 5\text{cm}$ και $\text{ΚΛ} = 7\text{cm}$. Να δείξετε ότι οι ακτίνες των κύκλων είναι: 2cm , 4cm και 3cm



101) Τρεις κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά ανά δυο. Αν οι αποστάσεις των τριών κέντρων είναι 3cm , 4cm και 5cm , να βρείτε τις ακτίνες των κύκλων.



102) Τρείς κύκλοι με κέντρα K_1, K_2 , K_3 εφάπτονται εξωτερικά ανά δύο. Αν $\text{K}_1\text{K}_2 = 9\text{cm}$, $\text{K}_3\text{K}_2 = 8\text{cm}$ και $\text{K}_3\text{K}_1 = 7\text{cm}$, να βρείτε τις ακτίνες ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 των κύκλων.



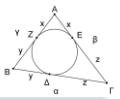
103) Τρείς κύκλοι με κέντρα O_1, O_2 , O_3 εφάπτονται εξωτερικά ανά δύο. Αν $\text{O}_1\text{O}_2 = 12\text{cm}$, $\text{O}_3\text{O}_2 = 14\text{cm}$ και $\text{O}_3\text{O}_1 = 10\text{cm}$, να βρείτε τις ακτίνες ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 των κύκλων.

104) Τρείς κύκλοι με κέντρα O_1, O_2 , O_3 εφάπτονται εξωτερικά ανά δύο. Αν $\text{O}_1\text{O}_2 = 7\text{cm}$, $\text{O}_3\text{O}_2 = 6\text{cm}$ και $\text{O}_3\text{O}_1 = 3\text{cm}$, να βρείτε τις ακτίνες ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 των κύκλων.

105) Στο παρακάτω σχήμα έχουμε το τρίγωνο ΑΒΓ και τον εγγεγραμμένο κύκλο του. Αν $\alpha = 5$, $\beta = 4$ και $\gamma = 3$, να βρείτε τα μήκη των εφαπτόμενων τμημάτων στο κύκλο.

106) Ο κύκλος εφάπτεται των πλευρών του τριγώνου.

Να αποδείξετε ότι τα τμήματα στα οποία χωρίζονται οι πλευρές από τα σημεία επαφής έχουν μήκη $x = \frac{\beta+\gamma-\alpha}{2}$, $y = \frac{\alpha+\gamma-\beta}{2}$, $z = \frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}$



107) Ένα τρίγωνο έχει μήκη πλευρών $ΑΒ = 6$, $ΑΓ = 7$ και $ΒΓ = 9$. Αν ο εγγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου εφάπτεται των πλευρών ΑΒ , ΑΓ και ΒΓ στα σημεία Δ , Ε και Ζ αντίστοιχα, να βρεθούν τα μήκη των ΑΔ, ΒΖ και ΓΕ.

108) Ένα τρίγωνο έχει μήκη πλευρών $ΑΒ = 12$, $ΑΓ = 14$ και $ΒΓ = 18$. Αν ο εγγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου εφάπτεται των πλευρών ΑΒ , ΑΓ και ΒΓ στα σημεία Δ , Ε και Ζ αντίστοιχα, να βρεθούν τα μήκη των ΑΔ, ΒΖ και ΓΕ.

109) Ένα τρίγωνο έχει μήκη πλευρών $ΚΛ = 2$, $ΚΜ = \frac{7}{3}$ και $ΛΜ = 3$. Αν ο εγγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου εφάπτεται των πλευρών ΚΛ , ΚΜ και ΛΜ στα σημεία Π , Ρ και Σ αντίστοιχα, να βρεθούν τα μήκη των ΚΠ, ΛΣ και ΜΡ.

110) Ένας φαρμακοποιός ανέμειξε 800g οινοπνεύματος με 600g οινοπνεύματος διαφορετικής περιεκτικότητας και πήρε διάλυμα με περιεκτικότητα 22,5%. Αν όμως αναμείγνυε 900g από το πρώτο οινόπνευμα με 300g από το δεύτερο θα έπαιρνε μείγμα περιεκτικότητας 25% σε οινόπνευμα.

Να αποδείξετε ότι η περιεκτικότητα σε οινόπνευμα καθενός από τα δυο διαλύματα που ανέμειξε, είναι $\alpha = 28{,}5\%$ και $\beta = 14{,}5\%$.

111) Για να παρασκευάσουμε διάλυμα $200\ gr$ ενός οξέος περιεκτικότητας 10% , αναμειγνύουμε διαλύματα του οξέος αυτού περιεκτικότητας 7% και 12% . Πόσα γραμμάρια του οξέος από κάθε διάλυμα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε;

112) Ένας χρυσοχόος έχει τρία κράματα χαλκού και αργύρου με βάρος $50\ gr$, $30\ gr$ και $20\ gr$. Αναμειγνύει το 1_o με το 2_o και παίρνει κράμα περιεκτικότητας $750\%_o$. Αναμειγνύει το 2_o και το 3_o και παίρνει κράμα περιεκτικότητας $852\%_o$. Τέλος, αναμειγνύει το 1_o και το 3_o και παίρνει κράμα περιεκτικότητας $780\%_o$. Να βρεθούν οι περιεκτικότητες των αρχικών κραμάτων.

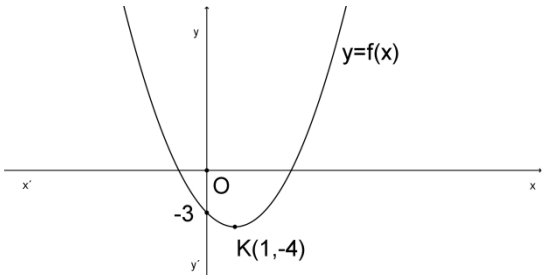
113) Ένας χρυσοχόος έχει δύο κράματα αργύρου. Το **α** έχει τίτλο 0,900 (δηλαδή περιεκτικότητας $900\%_o$ σε άργυρο) και το **β** 0,870. Θέλει να κάνει ένα νέο κράμα βάρους 63 γραμμαρίων με τίτλο 0,890. Να αποδείξετε ότι θα πάρει 42 γραμμάρια από το **α** κράμα και 21 γραμμάρια από το **β** κράμα.

114) Να βρείτε τρείς αριθμούς για τους οποίους ισχύει:

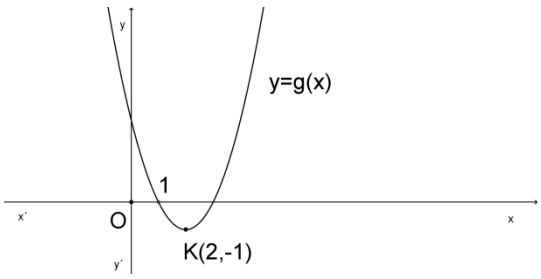
- ο πρώτος αυξημένος κατά το $\frac{1}{2}$ των δύο άλλων ισούται με 102,
- ο δεύτερος αυξημένος κατά το $\frac{1}{3}$ των δύο άλλων ισούται με 102,
- Ο τρίτος αυξημένος κατά το $\frac{1}{4}$ των δύο άλλων ισούται με 102.

115) Στα παρακάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις τριών τριωνύμων f , g , και h. Να βρείτε τα τριώνυμα αυτά.

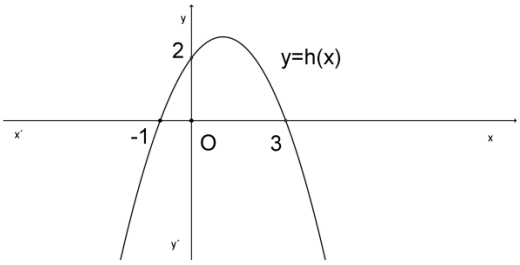
α)



β)

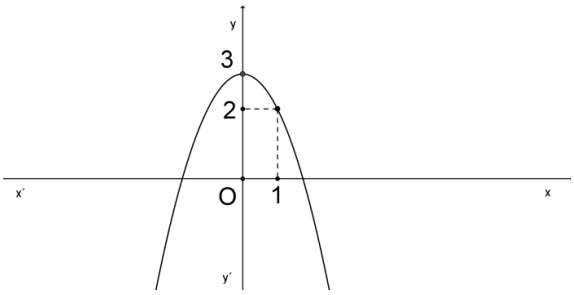


γ)

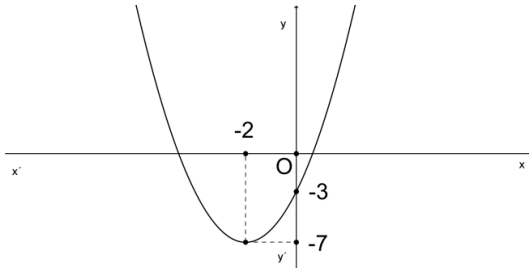


116) Στα παρακάτω σχήματα δίνονται τρείς παραβολές. Να βρείτε τις εξισώσεις των παραβολών.

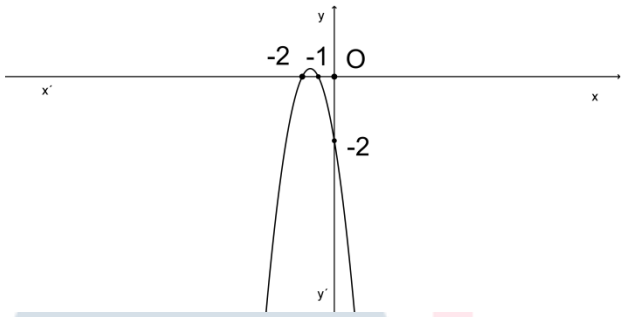
α)



β)



γ)



117) Δίνεται η συνάρτηση:
$f(x) = x^2 + \beta x + \gamma$ με $\beta, \gamma \in R$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $M(1,-5)$ και $N(3,7)$. Να βρείτε:

i) τις τιμές των β και γ ,

ii) την κορυφή της C_f ,

iii) τα διαστήματα στα οποία η C_f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

118) Δίνεται η συνάρτηση:
$f(x) = x^2 + (4\lambda + \mu)x + \lambda + 2\mu$ με $\lambda, \mu \in R$. Η C_f τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη 3. Επίσης η κορυφή της C_f έχει τετμημένη 1.

i) Να βρείτε τις τιμές των λ και μ.

ii) Να λύσετε την ανίσωση:

$$f(x) + f(x-2) \leq 8$$

119) Δίνεται η συνάρτηση:
$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ με $\alpha, \beta, \gamma \in R$, $\alpha \neq 0$ για την οποία ισχύουν:
$f(1) = -6$, $f(-1) = -8$ και $f(-2) = -12$

i) Να βρείτε τα α , β και γ.

ii) Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τους άξονες.

iii) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) + f(x-1) \leq -20$

120) Από τη Φυσική γνωρίζουμε ότι στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση το διάστημα είναι $x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ και η ταχύτητα είναι $\upsilon = \upsilon_0 + at$. Να εκφράσετε την επιτάχυνση **α** και τον χρόνο **t** συναρτήσει των x , υ , υ_0 .

121) Από τη Φυσική γνωρίζουμε ότι στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση το διάστημα είναι $x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}at^2$ και η ταχύτητα είναι $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$. Να εκφράσετε την επιτάχυνση **α** και τον χρόνο **t** συναρτήσει των x , υ , υ_0 .

122) Από τη Φυσική γνωρίζουμε ότι στην ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση η γωνιακή μετατόπιση είναι $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}a_{\gamma\omega\nu}t^2$ και η γωνιακή ταχύτητα είναι $\omega = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\nu}t$. Να εκφράσετε τη γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ και τον χρόνο t συναρτήσει των θ , ω , ω_0 .

123) Ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη, ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Ύστερα από 4 sec το σώμα έχει ταχύτητα $\upsilon = 6\ m/s$ και έχει διανύσει απόσταση $s = 15\ m$. Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα και επιτάχυνση του σώματος.
(Οι νόμοι της ευθύγραμμης, ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης είναι: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$ και $s = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}at^2$)

124) Ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη, ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Ύστερα από 2 sec το σώμα έχει ταχύτητα $\upsilon = 3\ m/s$ και έχει διανύσει απόσταση $s = 15\ m$. Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα και επιτάχυνση του σώματος.(Οι νόμοι της ευθύγραμμης, ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης είναι: $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ και $s = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}at^2$)

125) Αν κάθε δύο απέναντι πλευρές ενός τετραγώνου αυξηθούν κατά $2\ m$ και $3\ m$ αντίστοιχα , προκύπτει ένα ορθογώνιο , το οποίο μαζί με το τετράγωνο έχει εμβαδόν $81\ m^2$. Να βρείτε την πλευρά του τετραγώνου.

126) Δύο εργάτες χρειάζονται 35 μέρες για να εκτελέσουν ένα έργο μαζί. Αν ο ένας χρειάζεται 24 μέρες λιγότερες από τον άλλο αν το έφτιαχνε μόνος του, πόσες μέρες χρειάζεται ο κάθε ένας μόνος του για να τελειώσει το έργο ;

127) Αν ελαττώσουμε τη βάση ενός ορθογωνίου κατά $3\ cm$ και αυξήσουμε την άλλη πλευρά κατά $2\ cm$, το εμβαδόν του αυξάνεται κατά $1cm^2$. Αν όμως αυξήσουμε την βάση κατά $1\ cm$ και αυξήσουμε την άλλη πλευρά κατά $6\ cm$, το εμβαδόν γίνεται $132\ cm^2$. Να βρείτε τις διαστάσεις του.

128) Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου είναι $12\ cm^2$. Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου όταν:
i) η περίμετρος του είναι $14\ cm$.
ii) οι διαγώνιοι του είναι ίσες με $5\ cm$.

129) Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου είναι $90\ cm^2$. Αν μία διάσταση του ελαττωθεί κατά $4cm$, ενώ η άλλη αυξηθεί κατά $6\ cm$, τότε το εμβαδόν του δεν μεταβάλλεται. Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου.

201116

Copy protected with Online-PDF-No-Copy.com