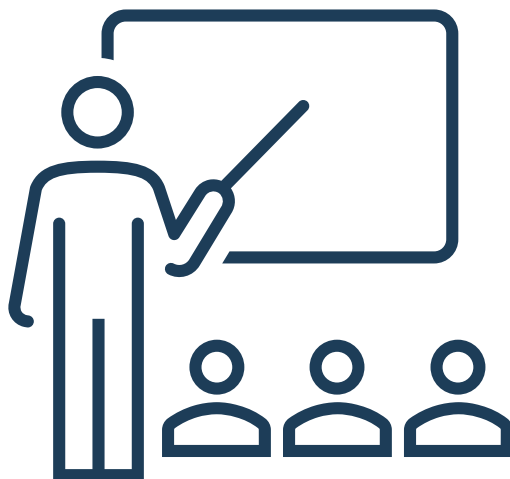




# Κεφάλαιο 1Α

---

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ  
ΑΛΓΕΒΡΑ



## Περιεχόμενα

1.1 ΠΡΑΞΕΙΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ .....	1
Ερωτήσεις Κατανόησης.....	1
Ασκήσεις - Προβλήματα .....	3
1.2 ΜΟΝΩΝΥΜΑ – ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΜΟΝΩΝΥΜΑ .....	8
Ερωτήσεις Κατανόησης.....	8
Ασκήσεις - Προβλήματα .....	11

## 1.1 ΠΡΑΞΕΙΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

### Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

- α) Κάθε ακέραιος αριθμός είναι και ρητός.
- β) Αν  $\alpha \cdot \beta = -1$  τότε οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντίστροφοι.
- γ) Οι αντίστροφοι αριθμοί είναι ετερόσημοι.
- δ) Η απόλυτη τιμή κάθε πραγματικού αριθμού είναι μη αρνητικός αριθμός.
- ε) Αν δύο αριθμοί έχουν γινόμενο θετικό τότε είναι θετικοί.
- στ) Αν  $\alpha + \beta = 0$  με  $\alpha, \beta \neq 0$ , τότε οι  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντίθετοι.
- ζ) Οι αριθμοί  $(-8)^2$  και  $8^2$  είναι ίσοι.
- η) Αν ο  $\alpha$  είναι πραγματικός αριθμός και  $\mu, \nu$  ακέραιοι τότε  $\alpha^\mu \alpha^\nu = \alpha^{\mu\nu}$
- θ) Οι αριθμοί  $(-7)^7$  και  $7^7$  είναι αντίθετοι.
- ι) Αν  $\alpha, \beta$  μη αρνητικοί αριθμοί ισχύει  $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha + \beta}$


2. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε σε κάθε παράσταση της 1ης στήλης το αποτέλεσμα της από τη 2η στήλη.

1η στήλη	2η στήλη
α) $3^{-1}$	i) -1
β) $(-3)^{-2}$	ii) $\frac{1}{9}$
γ) $[(-3)^0]^3$	iii) $-\frac{1}{3}$
δ) $-(3:3)^4$	iv) $\frac{1}{3}$
ε) $-3^3:3^5$	v) 1
στ) $3^{-6}(-3^5)$	vi) $-\frac{1}{9}$

3. Επιλέξτε τη σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις:

i) Ο αριθμός  $(-5)^n$  είναι θετικός. Τότε ο  $n$  είναι:

- A) Οποσδήποτε 0
- B) Άρτιος
- Γ) Θετικός
- Δ) Περιττός
- Ε) Αρνητικός

ii) Αν ο αριθμός  $(-3)^n(-8)$  είναι θετικός, τότε ο  $n$  είναι:

- A) Οποσδήποτε 0
- B) Άρτιος
- Γ) Θετικός
- Δ) Περιττός
- Ε) Αρνητικός

iii) Ο αριθμός  $2\sqrt{8}$  είναι ίσος με:

- A)  $\sqrt{16}$
- B)  $2^4$
- Γ)  $4\sqrt{2}$
- Δ) 4
- Ε) Κανένα από τα προηγούμενα

iv) Ο αριθμός  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  είναι ίσος με:

- A)  $\sqrt{2}$
- B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- Γ)  $\frac{1}{2}$
- Δ) 2
- Ε) 0,5

v) Αν δύο ετερόσημοι αριθμοί έχουν άθροισμα 0 τότε:

- A) είναι ίσοι
- B) είναι αντίθετοι
- Γ) έχουν γινόμενο μηδέν
- Δ) είναι και οι δύο ίσοι με μηδέν
- Ε) έχουν πηλίκο μηδέν

## Ασκήσεις - Προβλήματα

### Α. ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

1. Να κάνετε τις πράξεις.

α)  $-3+5 \cdot (-2) - 6 : (-2)$

β)  $1 - 2(-3) : (-6)$

γ)  $2 + (3 - 5) - (-2 + 5)$

δ)  $-(-7 + 2) + (-3) - (-5 + 8)$

ε)  $1 - 2(3 - 7) - (-2+5)(-4) : (-6) - 1$

στ)  $(-3) \cdot 8 + 4(-5 - 9 + 10)$

ζ)  $5 - 2[3 - (5 - 7)]$

η)  $2 - [1 - (5 - 7)]$

2. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

α)  $\frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{11}{4} - \frac{11}{12}$

β)  $1 - \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right)$

γ)  $1 - 3 \cdot \frac{5}{2} - 5 \left(1 - \frac{1}{4}\right)$

δ)  $\left(-7 + \frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{6}$

ε)  $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot 15 - 156 \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + 5$

στ)  $\left(-\frac{1}{2}\right) : \frac{4}{3} + 5 \left(-\frac{1}{8}\right) - (-7)$

ζ)  $2 - \left(1 + \frac{1}{-2}\right) \left(\frac{2}{3} - 1\right) : \left(-\frac{1}{6}\right)$

3. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις.

α)  $\frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - 1}$

β)  $\frac{2}{1 - 3 \cdot \frac{2}{5}}$

γ)  $1 - \frac{\frac{2}{5} - 1}{3}$

δ)  $\frac{1 - \frac{1}{3}}{2 - 2^2}$

4. Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες.

α)  $6 + \alpha(3 - 5) - 2(3 - \alpha) = 0$

β)  $1 + (\kappa - \lambda) - (\kappa - 2 - \lambda) = 3$

γ)  $1 - 3(x - 2y) + 2(1 - 3y) - 3(1 - x) = 0$

δ)  $\alpha - \beta(2 - 3) - 2(3\beta - \alpha) - 2 + (5\beta + 2) + 3(-\alpha) = 0$

5. Αν  $\alpha + \beta = 1$ , να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α)  $1 - 3(\alpha - 2\beta) + (2 - 9\alpha)(2 - 3)$

β)  $\alpha - \beta(-2+13) - 2(\alpha - 5\beta) - 5$

6. Αν  $\alpha + \beta = -2$  και  $\beta - \gamma = 5$  να υπολογίσετε την παράσταση

$$A = -5\gamma - 8(2 - \beta) - 3(\beta - \gamma) + 3\alpha$$

7. Αν  $x \cdot y = -2$  να υπολογίσετε τις παραστάσεις

$$A = -\frac{3}{2}x(-3)y \quad \text{και} \quad B = (-0,2)(-10)(-y)(-5)(-x)$$

8. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων

$$A = 2x(x+1)(x-5) \quad \text{και} \quad B = x[2+(x-2)x] - 5x \quad \text{όταν} \quad x = -1$$

9. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης  $A = \frac{|-2|+2-|-1|-|+5|}{|-2-2|+|-6|}$

10. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί  $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$  και  $B = \frac{3 \cdot 5}{5+3}$  είναι αντίστροφοι.

## B. ΔΥΝΑΜΕΙΣ

1. Να υπολογιστούν οι δυνάμεις:

i)  $2^{-2}$       ii)  $3^8 : 3^6$       iii)  $4^9 : 4^{11}$       iv)  $-2^3$       v)  $(-1)^{2019}$       vi)  $(-2)^5$   
vii)  $-(-2)^3$       viii)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$       ix)  $6^{-2}$       x)  $20^3 \cdot 5^3$       xi)  $25^3 \cdot 4^3$       xii)  $\frac{2}{2^{-2}}$   
xiii)  $-(-2)^3$       xiv)  $(-3)^{-3}$       xv)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$       xvi)  $\left(\frac{9^3}{3^4}\right)^{-1}$       xvii)  $-2^2 \cdot (-2)^3$

2. Να γράψετε κάθε μία από τις παρακάτω παραστάσεις ως μία δύναμη.

i)  $3^5 \cdot 3^{-7}$       ii)  $2^6 : 2^{-3}$       iii)  $(2^{-5})^{-2}$       iv)  $4^2 : 4^3$       v)  $\frac{5^{11}}{5^8}$   
vi)  $4^{2019} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2019}$       vii)  $2^5 \cdot 3^5$       viii)  $\frac{12^5}{4^5}$       ix)  $8 \cdot 2^5$       x)  $4^3 : 4^{-3}$   
xi)  $(-3^2)^2$       xii)  $4^3 \cdot 25^3$       xiii)  $9 \cdot 3^5$       xiv)  $\frac{32}{2^{10}}$       xv)  $(-3)^2 \cdot 3^5$   
xvi)  $(-2)^7 \cdot 16$       xvii)  $\frac{2^4 \cdot 2^6}{2^{11}}$       xviii)  $(-4)^8 \cdot 4^{-3}$       xix)  $\frac{3^5}{3^{-2}}$       xx)  $-(-10)^2 : 10^4$

3. Να υπολογίσετε την τιμή κάθε παράστασης.

i)  $(3^4)^{-1} \cdot 3^6$       ii)  $(-2)^7 \cdot (-2)^{-5}$       iii)  $12^5 : (-3)^5$       iv)  $9^4 \cdot 3^{-6}$       v)  $8^5 : 12^{15}$   
vi)  $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \frac{2^4}{3^4}$       vii)  $\frac{3^2}{9^3}$       viii)  $\frac{2^{-1}}{4^5}$       ix)  $-2^3 : 8^4$

4. Να απλοποιηθεί η παράσταση:  $2^5 \cdot (-25)^2 \cdot \frac{2^{-6}}{125}$

5. Να γραφεί η παράσταση ως δύναμη του 3

$$A = (3^4)^2 + 3^{10} : 9 + 3^5 \cdot 3^3 - 2 \cdot 3^9$$

6. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις.

i) $3x^2(-5x^3)$	ii) $-2x^3(-5x^6)$	iii) $2x^3y^5(-5x^4y)$	iv) $\frac{2}{3}x^5(-5x^4)$
v) $-\frac{1}{2}xy^3(-\frac{2}{3}x^4)$	vi) $3(x^4)^2$	vii) $(-2y)^2$	viii) $(-2x^2)^3$
ix) $(-x^2y)^2$	x) $(-\frac{2}{3}xy^2)^2$	xi) $xy^2 \cdot xy^3z^{-2}$	xii) $-2a\omega^3y \cdot \frac{3}{4}\omega^2y^3$

7. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις.

α) $\frac{6x^4}{3x}$	β) $\frac{5x^3y^2}{10xy^5}$	γ) $(15x^2):(-3x^4)$	δ) $(x^3)^2 \cdot 2x^5$
ε) $(-2x^3)^2:(-x^2)$	στ) $\frac{x^4(-x^2y)^3}{x^{11}y^3}$	ζ) $3x^2y(-2xy^2)^3$	η) $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^2:(-3xy)^3$

8. Να υπολογίσετε την τιμή κάθε παράστασης.

$A = 1 - (-3)^2 - 3^2 - (-2)^3 - 2^3$	$B = 2 - (-3)^2 - 6(1 - 2^{-1}) - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$
$\Gamma = (-15)^0 - (-5)^2 - 5^2 - 4^3 - (-4)^3$	$\Delta = 9^{-2} \cdot 6^7 : (8 \cdot 12^3)$

9. Να υπολογίσετε την τιμή κάθε παράστασης.

$A = 2x^3 - x^2 - 2x + 5$	όταν $x = -3$
$B = -8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$	όταν $x = -\frac{1}{2}$
$\Gamma = x^3y^2 - x^2y^3 - 2xy$	όταν $x = -2$ και $y = -1$
$\Delta = \omega^{2019} - (-\omega)^{2020} - \omega^{2021} - \omega^{2022}$	όταν $x = -1$

10. Αν  $xy^2 = -1$  να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = y^2(x^2y)^3 \cdot (x^5y^3)^{-1}$$

11. Να βρείτε την τιμή κάθε παράστασης.

$A = 3^x - 3^{x+1} - 3^{x-1} - x^5$	όταν $x = -1$
$B = 2^x - x^2 + 2^{x+1} - x^3$	όταν $x = -2$

12. Αν οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντίστροφοι να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$\left[ \left( \frac{\alpha^2\beta}{\alpha^{-3}} \right)^{-1} : \frac{\alpha^{-6}}{\beta^2} \right]^{2018}$$

### Γ. ΡΙΖΕΣ

1. Να υπολογιστούν οι ρίζες:

i)  $\sqrt{64}$     ii)  $\sqrt{\sqrt{16}}$     iii)  $\sqrt{\frac{1}{9}}$     iv)  $\frac{\sqrt{10^2}}{\sqrt{81}}$     v)  $\sqrt{(-3)^2}$     vi)  $\sqrt{0}$     vii)  $\sqrt{144}$

2. Να βρείτε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

i)  $\sqrt{6-2} + \sqrt{12-3}$     ii)  $\sqrt{15+1} + \sqrt{-8+33}$   
iii)  $\sqrt{5(32-12)}$     iv)  $\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}}$

3. Να γίνουν οι πράξεις:

i)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$     ii)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$     iii)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$     iv)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{15}$   
v)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$     vi)  $\sqrt{16,9} \cdot \sqrt{10}$     vii)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$     viii)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{128}$   
ix)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$     x)  $\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}$     xi)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{24}$     xii)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$   
xiii)  $\sqrt{\sqrt{4}} \cdot \sqrt{2}$

4. Να γίνουν οι πράξεις:

i)  $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$     ii)  $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$     iii)  $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{8}}$     iv)  $\frac{\sqrt{8\sqrt{40}}}{\sqrt{5}}$     v)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18\sqrt{27}}}$     vi)  $\frac{\sqrt{5\sqrt{15}}}{\sqrt{3}}$   
vii)  $\frac{\sqrt{2\sqrt{5}}}{\sqrt{1000}}$     viii)  $\sqrt{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{2}{5}}$     ix)  $\sqrt{\frac{17}{5}} \sqrt{\frac{20}{17}}$     x)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt{\frac{1}{32}}$     xi)  $\sqrt{\frac{144}{11}} \cdot \sqrt{11}$     xii)  $\frac{\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{5}}}}{\sqrt{27\sqrt{10}}}$

5. Να βρεθεί η τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

i)  $A = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{4}}}$     ii)  $B = \sqrt{43 + 3\sqrt{49}}$     iii)  $\Gamma = \sqrt{6\sqrt{9\sqrt{8\sqrt{4}}}}$   
iv)  $\Delta = \sqrt{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{4}}}}$     v)  $E = \sqrt{\sqrt{81}} + \sqrt{\sqrt{16}}$     vi)  $Z = \sqrt{\sqrt{2}(\sqrt{32} + \sqrt{18})}$

6. Να υπολογιστεί η τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

i)  $3\sqrt{11} - 2\sqrt{11} + \sqrt{11}$     ii)  $\sqrt{13} - 4\sqrt{11} - 3\sqrt{13} + 5\sqrt{11}$   
iii)  $-\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 9\sqrt{2}$     iv)  $\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + \sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

7. Να αποδείξετε ότι:

i)  $\sqrt{75} - 2\sqrt{12} + 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$     ii)  $2\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{245} = 3\sqrt{5}$   
iii)  $3\sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{50} = 10\sqrt{2}$     iv)  $3\sqrt{32} - \sqrt{128} + \sqrt{18} = 7\sqrt{2}$   
v)  $\sqrt{8} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{32} = 10\sqrt{2}$



8. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

i)  $3\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{80}$

ii)  $3\sqrt{5} - 2\sqrt{20} + \sqrt{45}$

iii)  $7\sqrt{24} - \sqrt{96} - \sqrt{54}$

iv)  $\sqrt{12} - \sqrt{75} - 2\sqrt{300}$

v)  $\sqrt{8} - 3\sqrt{200} - \sqrt{50}$

vi)  $\sqrt{8} - \sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{200}$

9. Να απλοποιηθεί η παράσταση  $A = \frac{\sqrt{20}-2\sqrt{8}+3\sqrt{12}}{\sqrt{45}-2\sqrt{18}+3\sqrt{27}}$

10. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητούς παρονομαστές.

i)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ii)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

iii)  $\frac{3}{4\sqrt{5}}$

iv)  $\frac{5}{\sqrt{3}}$

v)  $\frac{2}{\sqrt{8}}$

vi)  $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$

vii)  $\frac{3}{2\sqrt{2}}$

viii)  $\frac{\sqrt{2}+3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

ix)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

x)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

xi)  $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

xii)  $\frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$

xiii)  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

xiv)  $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\sqrt{6}}$

11. Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι διαφορετικός από τους υπόλοιπους;

A. i)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ii)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

iii)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

iv)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$

B. i)  $3\sqrt{12}$

ii)  $2\sqrt{27}$

iii)  $6\sqrt{3}$

iv)  $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}$

v)  $2\sqrt{3}$

12. i) Να αποδειχθεί ότι  $(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} + 3) = -7$

ii) Να γίνει ρητοποίηση στο κλάσμα  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-3}$

13. Να βρεθεί η τιμή της παράστασης  $2x - \sqrt{x^2}$  αν  $x = -3$

## 1.2 ΜΟΝΩΝΥΜΑ – ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΜΟΝΩΝΥΜΑ

### Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Τα μονώνυμα  $3xy^2$  και  $-3yx^2$  είναι αντίθετα.

β) Τα μονώνυμα  $-5\alpha\beta^2$  και  $-5\beta^2\alpha$  είναι ίσα.

γ) Τα μονώνυμα  $-2\gamma^2\delta$  και  $3\gamma\delta^2$  είναι όμοια.

δ) Τα μονώνυμα  $-\sqrt{8}\alpha^4$  και  $2\sqrt{2}\alpha^4$  είναι αντίθετα.

ε) Η παράσταση  $2\alpha^3 + 1$  είναι μονώνυμο.

στ) Η παράσταση  $\frac{5xy^2}{\omega}$  είναι μονώνυμο.

ζ) Το μονώνυμο  $(2 - \sqrt{4})x^4y$  είναι 5<sup>ου</sup> βαθμού ως προς x και y.

η) Κάθε σταθερό μονώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.

θ) Το 0 είναι μονώνυμο μηδενικού βαθμού.

ι) Για κάθε πραγματικό αριθμό λ το μονώνυμο  $\lambda x^3$  είναι 3<sup>ου</sup> βαθμού.


2. Ποιος είναι ο συντελεστής και ποιο το κύριο μέρος των παρακάτω μονωνύμων;

α)  $-8x^2y\omega$

β)  $\frac{1}{2}xyz$

γ)  $-3a^3\beta^3$

δ)  $(1 + \sqrt{3})x$

ε)  $(\sqrt{2} - \sqrt{7})x^{10}$

στ)  $\frac{3x^2y}{12}$

3. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

α) Όταν διαιρέσουμε δύο όμοια μονώνυμα (μη μηδενικά) τότε το πηλίκο τους:

A. Δεν είναι μονώνυμο

B. Είναι το μηδενικό μονώνυμο

Γ. Είναι μονώνυμο 1<sup>ου</sup> βαθμού

Δ. Είναι μονώνυμο μηδενικού βαθμού

β) Όταν προσθέσουμε δύο όμοια μονώνυμα 3<sup>ου</sup> βαθμού ως προς όλες τις μεταβλητές τους τότε το άθροισμά τους:

- A. Δεν είναι μονώνυμο
- B. Είναι πάντοτε μονώνυμο 6<sup>ου</sup> βαθμού
- Γ. Είναι πάντοτε μονώνυμο 3<sup>ου</sup> βαθμού
- Δ. Μπορεί να είναι μονώνυμο που δεν έχει βαθμό.

γ) Αν πολλαπλασιάσουμε δύο μονώνυμα 2<sup>ου</sup> και 3<sup>ου</sup> βαθμού ως προς όλες τις μεταβλητές τους, τότε το γινόμενό τους:

- A. Δεν είναι μονώνυμο
- B. Είναι πάντοτε μονώνυμο 6<sup>ου</sup> βαθμού
- Γ. Είναι πάντοτε μονώνυμο 5<sup>ου</sup> βαθμού
- Δ. Μπορεί να είναι μονώνυμο που δεν έχει βαθμό

4. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α)  $4x^3 + 5x^3 = \dots$

β)  $3y + (\dots) = -7y$

γ)  $(2x^2)(3y^3) = \dots$

δ)  $\left(\frac{1}{2}xy\omega\right)(2x\omega^3) = \dots$

ε)  $(2x)(\dots) = 6xy$

στ)  $(3x^2y^3)(\dots) = -6x^3y^4$

ζ)  $(-5x^3y^2):(xy) = \dots$

η)  $(2x^5y^2)(\dots) = 0$

θ)  $-10xy : (\dots) = -5$

ι)  $-5y^4 : (\dots) = 1$

5. Ποια από τα παρακάτω μονώνυμα είναι όμοια;

$2xy, \quad -\sqrt{2}x^2y, \quad -5yx^2, \quad 10, \quad \frac{3xy}{2}, \quad 5, \quad 2x^3y\omega$

6. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

Οι ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις, στις οποίες μεταξύ των .....  
σημειώνεται μόνο η πράξη του ..... λέγονται .....

Σε ένα μονώνυμο ο αριθμητικός παράγοντας λέγεται ..... του  
μονωνύμου, ενώ το γινόμενο όλων των μεταβλητών του με τους αντίστοιχους εκθέτες  
τους λέγεται ..... μέρος του μονωνύμου.

Ο εκθέτης μίας μεταβλητής λέγεται ..... του μονωνύμου ως προς τη  
μεταβλητή αυτή, ενώ ο ..... του μονωνύμου ως προς όλες τις μεταβλητές  
του λέγεται το ..... των εκθετών των μεταβλητών του.

Τα μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος λέγονται .....

Τα ..... μονώνυμα που έχουν τον ίδιο συντελεστή λέγονται  
....., ενώ αν έχουν ..... συντελεστές λέγονται αντίθετα.

## Ασκήσεις - Προβλήματα

1. Να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

α)  $A = 2\alpha + \beta - 4\gamma$ , για  $\alpha = 1, \beta = -2, \gamma = -3$

β)  $B = \frac{(\alpha+\beta)^2}{4} - \frac{(\alpha-\beta)^5}{8}$ , για  $\alpha = 3, \beta = 1$

γ)  $\Gamma = (\alpha + \beta - \gamma)^2 + (\alpha - \beta + \gamma)^3 + (\alpha + \beta + \gamma)^8$ , για  $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = -2$

2. Να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

α)  $5\alpha + \beta\gamma\delta$ , για  $\alpha = 5, \beta = 3, \gamma = -4, \delta = 2$ .

β)  $x(3 + 2y\omega) - y(7 - \omega z)$ , για  $x = -4, y = -3, \omega = 2, z = 5$ .

γ)  $(\mu - \nu) \cdot \frac{\kappa}{\lambda}$ , για  $\mu = 7, \nu = -3, \kappa = 8, \lambda = -5$ .

3. Να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων για  $x = -3, y = 2$ :

$$A = 2xy - x^2 + 3xy^2$$

$$B = \sqrt{2}x(y - 3) + y(\sqrt{8} + x^2)$$

$$\Gamma = \frac{2}{5}xy^3 - \frac{1}{4}x^2\left(\frac{y}{5} - 1\right)$$

4. Να βρείτε τις τιμές των επόμενων μονωνύμων για τις τιμές των μεταβλητών που δίνονται:

α)  $-2x^3y^2$ , για  $x = -2, y = 3$

β)  $\frac{3}{5}\alpha^2\beta$ , για  $\alpha = -3$  και  $\beta = -10$

γ)  $\frac{1}{8}xy^2\omega^3$ , για  $x = y = \omega = -2$

δ)  $\sqrt{2}\alpha\beta^2$ , για  $\alpha = \sqrt{8}$  και  $\beta = \sqrt{3}$

ε)  $72x^3y^2$ , για  $x = \frac{1}{2}$  και  $y = -\frac{1}{3}$

στ)  $\alpha^2\beta^4$ , για  $x = \sqrt{5}$  και  $y = \sqrt{2}$

5. Να βρείτε τις τιμές των παρακάτω αλγεβρικών παραστάσεων για τις τιμές των μεταβλητών που δίνονται:

α)  $(\alpha\beta - \alpha\gamma)\alpha^2\gamma$ , αν  $\alpha = -2, \beta = 3, \gamma = 2$

β)  $(x^2 - 2y^3) \cdot 3\omega^2$ , αν  $x = 4, y = -2, \omega = \frac{1}{4}$

γ)  $-\alpha^2 - \alpha\beta + 3\beta^2$ , αν  $\alpha = -3, \beta = -1$

δ)  $xy\omega - \omega^4 + 2x^2$ , αν  $x = -3, y = 1, \omega = -1$

ε)  $\frac{x^2 + yx + \omega^2}{x+1}$ , αν  $x = 1, y = 4, \omega = \sqrt{3}$

στ)  $\frac{6x^3y - x^2y^2 - 7xy^3 + 12y^4}{2x+3y}$ , αν  $x = -1, y = -2$

6. Ένα μονώνυμο έχει συντελεστή  $-4$  και μεταβλητές  $x$  και  $y$ . Να βρείτε το μονώνυμο όταν αυτό είναι:

α) 2<sup>ου</sup> βαθμού ως προς  $x$  και 3<sup>ου</sup> βαθμού ως προς  $y$

β) 1<sup>ου</sup> βαθμού ως προς  $x$  και 4<sup>ου</sup> βαθμού ως προς  $y$

γ) 3<sup>ου</sup> βαθμού ως προς  $x$  και 8<sup>ου</sup> βαθμού ως προς  $y$

7. Ένα μονώνυμο  $A$  έχει συντελεστή 4 και μεταβλητές  $x, y$ . Να βρείτε το μονώνυμο  $A$ , αν είναι :

- α) 1<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$  και 3<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $y$ ,
- β) 2<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$  και 8<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$  και  $y$ .

8. Ένα μονώνυμο έχει συντελεστή  $-\frac{6}{17}$  και μεταβλητές  $\alpha, \beta, \gamma$ . Να προσδιορίσετε το μονώνυμο αυτό αν ο βαθμός του ως προς  $\alpha$  είναι 3, ως προς  $\beta$  είναι 2 και ως προς  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι 10.

9. Ένα μονώνυμο έχει συντελεστή  $-75$  και μεταβλητές  $x, y$ . Αν το μονώνυμο είναι 4<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$  και 9<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x, y$  να βρείτε το μονώνυμο, καθώς και το αντίθετό του.

10. Ένα μονώνυμο έχει συντελεστή  $-3$  και μεταβλητές  $x, y$ . Να προσδιορίσετε το μονώνυμο, αν ο βαθμός του ως προς  $x$  είναι 3 και ως προς  $x, y$  είναι 4.

11. Δίνεται το μονώνυμο  $2x^{2\nu-5}y^3$ .

Να βρείτε τον αριθμό  $\nu$ , ώστε το μονώνυμο:

- α) να είναι 3<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$ ,
- β) να είναι 4<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$  και  $y$ .

12. Δίνεται το μονώνυμο  $A = (\alpha - 2)x^\beta y^3$ . Να βρείτε :

- α) την τιμή του  $\beta$ , ώστε το  $A$  να είναι μηδενικού βαθμού ως προς  $x$ ,
- β) τις τιμές των  $\alpha, \beta$  ώστε το  $A$  να είναι ίσο με το  $2x^2y^3$ ,
- γ) τις τιμές των  $\alpha, \beta$  ώστε το  $A$  να είναι 5<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x, y$ .

13. Δίνεται η αλγεβρική παράσταση  $A = 2kx^2y - 4x^2y$

- α) Να αποδείξετε ότι η παράσταση  $A$  είναι μονώνυμο.
- β) Να βρείτε την τιμή του  $k$ , ώστε το  $A$  να είναι ίσο με το  $2x^2y$ .
- γ) Να βρείτε την τιμή του  $k$ , ώστε για το  $A$  να μην ορίζεται βαθμός.

14. Δίνεται το μονώνυμο  $A = (\alpha - 2)x^3$ .

- α) Για ποια τιμή του  $\alpha$  το  $A$  είναι μονώνυμο 3<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$ ;
- β) Για ποια τιμή του  $\alpha$  το  $A$  είναι το μηδενικό μονώνυμο;

15. Να προσδιορίσετε την τιμή του φυσικού αριθμού  $\nu$ , ώστε το μονώνυμο  $5x^\nu y^{\nu+1}$  :

- α) να είναι μηδενικού βαθμού ως προς  $x$
- β) να είναι εβδόμου βαθμού ως προς  $x, y$
- γ) να έχει αριθμητική τιμή 160 για  $x = y = 2$ .

16. i) Δίνεται το μονώνυμο  $2x^{v+2}y^7$ , όπου  $v$  φυσικός αριθμός. Να βρεθεί η τιμή του  $v$ , ώστε το μονώνυμο να είναι :

α) 6<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$ ,

β) 10<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x, y$ .

ii) Δίνεται το μονώνυμο  $(\alpha - 2)x^3y^2$ , όπου  $\alpha$  είναι πραγματικός αριθμός. Να βρεθεί ο βαθμός του μονωνύμου ως προς  $y$  για τις διάφορες τιμές του  $\alpha$ .

iii) Δίνεται το μονώνυμο  $(v - 1)x^{v+3}y^{k+2}$ , όπου  $k, v$  φυσικοί αριθμοί. Να βρεθούν οι  $v, k$  ώστε το μονώνυμο να είναι:

α) 7<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$ ,

β) 5<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $y$

γ) 6<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x, y$

δ) 5<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x, y$ .

iv) Να προσδιορίσετε την τιμή του  $v$ , ώστε το μονώνυμο  $3x^{v-2}y\omega^3$

α) να είναι μηδενικού βαθμού ως προς  $x$

β) να είναι 6ου βαθμού ως προς  $x, y, \omega$

γ) να έχει αριθμητική τιμή -48 για  $x = 2, y = 1$  και  $\omega = -2$ .

v) Δίνεται το μονώνυμο  $A = (\alpha + 1)x^{\beta-1}y^2$ , όπου  $\alpha, \beta$  πραγματικοί αριθμοί.

Να βρείτε:

α) την τιμή του  $\beta$ , ώστε το  $A$  να είναι μηδενικού βαθμού ως προς  $x$ ,

β) την τιμή του  $\beta$ , ώστε το  $A$  να είναι όμοιο με το  $3x^4y^2$ ,

γ) τις τιμές των  $\alpha, \beta$  ώστε το  $A$  να είναι ίσο με το  $4x^2y^2$ ,

δ) τις τιμές των  $\alpha, \beta$  ώστε το  $A$  να είναι αντίθετο με το  $-2x^2y^2$

17. i) Δίνεται το μονώνυμο  $-6x^{3\lambda-4}y^{\lambda+2}$ , το οποίο είναι 2<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$ .

α) Να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$ .

β) Να βρείτε τον βαθμό του μονωνύμου :

i) ως προς  $y$ ,

ii) ως προς  $x$  και  $y$ .

γ) Να βρείτε την τιμή του μονωνύμου για  $x = -3$  και  $y = -1$ .

ii) Δίνεται το μονώνυμο  $\frac{1}{3}\alpha^{v+1}\beta^{2v-4}$ , το οποίο είναι 6<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $\alpha$  και  $\beta$ .

α) Να βρείτε τον αριθμό  $v$ .

β) Να βρείτε τον βαθμό του μονωνύμου :

i) ως προς  $\alpha$ ,

ii) ως προς  $\beta$ .

γ) Να βρείτε την τιμή του μονωνύμου για  $\alpha = -1$  και  $\beta = 6$ .

18. Δίνεται το μονώνυμο  $-\frac{1}{2}x^{5\lambda-6}y^{3-2\mu}$ , το οποίο είναι 4<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$  και 9<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$  και  $y$ .

α) Να βρείτε τους αριθμούς  $\lambda$  και  $\mu$ .

β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή του μονωνύμου για  $x = -\frac{1}{2}$  και  $y = -2$

**19.** Το μονώνυμο  $5x^{2\lambda+1}y$  για  $x = 2$  και  $y = -1$  έχει αριθμητική τιμή  $-40$ . Να βρείτε:

α) τον αριθμό  $\lambda$ ,

β) τον βαθμό του μονωνύμου ως προς  $x$  και  $y$ ,

γ) την τιμή του μονωνύμου για  $x = -2$  και  $y = 0,1$

**20.** Το μονώνυμο  $-4x^{\nu}y^3$  για  $x = 2$  και  $y = \frac{1}{2}$  έχει αριθμητική τιμή  $-8$ . Να βρείτε:

α) τον αριθμό  $\nu$ ,

β) τον βαθμό του μονωνύμου ως προς  $x$  και  $y$ ,

γ) την τιμή του μονωνύμου για  $x = -1$  και  $y = -2$





## ΟΜΟΙΑ - ΙΣΑ ΜΟΝΩΝΥΜΑ

21. Δίνονται τα μονώνυμα  $A = (3\alpha - 1)x^2 y$  και  $B = (\alpha - 7)x^2 y$ . Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ , ώστε τα μονώνυμα να είναι:

- α) ίσα β) αντίθετα

22. Δίνονται τα μονώνυμα  $A = (\mu + 6)x^\kappa y^{\lambda-1}$  και  $B = (3\mu - 2)x^{2-\kappa} y^3$ .

Να βρείτε τα:

- α)  $\kappa, \lambda$  ώστε τα μονώνυμα να είναι όμοια,  
β)  $\kappa, \lambda, \mu$  ώστε τα μονώνυμα να είναι ίσα,  
γ)  $\kappa, \lambda, \mu$  ώστε τα μονώνυμα να είναι αντίθετα.

23. Δίνονται τα μονώνυμα  $A = (\alpha^2 - 1)x^3$  και  $B = 3x^3$ . Να βρείτε τις τιμές του  $\alpha$ , ώστε:

- α) το μονώνυμο  $A$  να είναι το μηδενικό μονώνυμο για κάθε τιμή του  $x$ .  
β) τα μονώνυμα  $A$  και  $B$  να είναι ίσα.

24. Να βρείτε για ποιες τιμές των φυσικών αριθμών  $\mu$  και  $\nu$  είναι όμοια τα μονώνυμα:

- α)  $5x^4$  και  $-2x^{\nu+1}$  β)  $6x^{\nu+1}y^3$  και  $2x^4y^{\mu-2}$  γ)  $-x^{3\mu-2}y^{2\nu-15}$  και  $2y x^{6+\mu}$

25. i) Να βρεθούν οι ακέραιοι αριθμοί  $\kappa, \lambda, \mu$  για τους οποίους τα μονώνυμα  $11x^3 y^{2-\lambda} \omega^{2\mu}$  και  $-\frac{7}{5}x^{2\kappa+5} y^\lambda \omega^{10-3\mu}$  είναι όμοια.

ii) Να βρείτε τους αριθμούς  $\kappa, \lambda, \nu$  ώστε τα μονώνυμα  $3x^3 y^{\nu-1}$  και  $\lambda x^{2\kappa-1} y^2$  να είναι:

- α) όμοια β) ίσα γ) αντίθετα

iii) Τα μονώνυμα  $-2x^{7-3\lambda} y^{2\mu+5}$  και  $3x^4 y^3$  είναι όμοια. Να βρείτε τους αριθμούς  $\lambda$  και  $\mu$ .

iv) Τα μονώνυμα  $(3\alpha - 4)x^3 y^5$  και  $5x^{\nu-1} y^{2\mu-3}$  είναι ίσα. Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha, \mu$  και  $\lambda$ .

v) Τα μονώνυμα  $[2(\alpha - 3) + 1]x^7 y^4$  και  $9x^{3\mu+1} y^{6-2\lambda}$  είναι αντίθετα. Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha, \mu$  και  $\lambda$ .

---

## ΜΟΝΩΝΥΜΑ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

**26.** Με ένα σκοινί 50 m σχηματίζουμε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Αν  $x$  είναι το μήκος του ορθογωνίου, τότε να βρείτε μια αλγεβρική παράσταση που να παριστάνει:

- α) το πλάτος  $y$  του ορθογωνίου ως συνάρτηση του  $x$ ,
- β) το εμβαδόν του ορθογωνίου ως συνάρτηση του  $x$ .

**27.** Ένας καθηγητής έδωσε 10 ερωτήσεις τύπου Σωστό – Λάθος. Βαθμολόγησε κάθε σωστή απάντηση με 10 μονάδες, ενώ για κάθε ερώτηση που δεν απαντήθηκε ή δόθηκε λανθασμένη απάντηση αφαίρεσε 2 μονάδες.

- α) Να βρείτε μια παράσταση που να δίνει το σύνολο των μονάδων που πήρε ένας μαθητής ως συνάρτηση των σωστών απαντήσεων.
- β) Αν ένας μαθητής πήρε 76 μονάδες, να βρείτε πόσες σωστές και πόσες λανθασμένες απαντήσεις έδωσε.

**28.** Τη βάση ενός τριγώνου την αυξάνουμε κατά 2 cm και το ύψος του το αυξάνουμε κατά 1 cm.

- α) Να βρείτε μια παράσταση  $M$  που να εκφράζει τη μεταβολή του εμβαδού του τριγώνου.
- β) Πόση θα είναι η μεταβολή, αν το αρχικό τρίγωνο έχει βάση 4 και ύψος 5 cm;

**29.** Η ακτίνα ενός κύκλου αυξάνεται κατά 10%. Πόσο τοις εκατό αυξάνεται το εμβαδόν του;

**30.** Ένας ποδηλάτης διανύει μια συγκεκριμένη απόσταση σε 3 ώρες. Τις 2 πρώτες ώρες κινείται με ταχύτητα  $v_1$  km/h και την τρίτη ώρα με ταχύτητα  $v_2$  km/h. Να βρείτε μια αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει τη μέση ταχύτητα του ποδηλάτη.

**31.** Ένας ποδηλάτης και ένας πεζός ξεκινούν ταυτόχρονα από την ίδια πόλη και κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Αν ο ποδηλάτης έχει σταθερή ταχύτητα  $\alpha$  km/h και ο πεζός  $\beta$  km/h, να βρείτε μια αλγεβρική παράσταση που να παριστάνει την απόσταση μεταξύ πεζού και ποδηλάτη μετά από 7 ώρες. (Δίνεται ότι  $\alpha > \beta$ )

**32.** Να εκφράσετε με τη βοήθεια ενός μονωνύμου:

- α) το εμβαδόν ενός ισοσκελούς και ορθογώνιου τριγώνου με υποτείνουσα  $\alpha$ ,
- β) το εμβαδόν ενός ισόπλευρου τριγώνου πλευράς  $x$ ,
- γ) την περίμετρο ενός κυκλικού τομέα  $60^\circ$  μοιρών και ακτίνας  $\rho$ .

Για το καθένα από αυτά να προσδιορίσετε το συντελεστή του, το κύριο μέρος και το βαθμό.

**33.** Σε ένα ξενοδοχείο υπάρχουν 20 δωμάτια, δίκλινα και τρίκλινα. Αν υπάρχουν  $x$  δίκλινα δωμάτια, τότε:

α) να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει το πλήθος των κρεβατιών που υπάρχουν στο ξενοδοχείο,

β) να βρείτε την τιμή της παραπάνω παράστασης για  $x = 12$ .

**34.** Ο Κώστας έχει 10 χαρτονομίσματα. Τα  $x$  από αυτά είναι των 5 € και τα υπόλοιπα είναι των 10 €.

α) Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει τα χρήματα που έχει ο Κώστας συνολικά.

β) Να βρείτε την τιμή της παραπάνω παράστασης αν  $x = 4$ .



---

## ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΜΟΝΩΝΥΜΑ

**35.** Να κάνετε τις πράξεις:

i)  $3\alpha\beta^2 - \alpha\beta^2 + 4\alpha\beta^2$

iii)  $4xy\omega - 7xy\omega - xy\omega + 5xy\omega$

v)  $2\alpha + 14\alpha$

vii)  $-13\alpha^2 + 29\alpha^2 + 12\alpha^2$

ix)  $0,3s - 7s + 4,9s + 5,2s$

ii)  $4x^2y - 2x^2y - 3x^2y$

iv)  $\sqrt{3}xy^3 + 3\sqrt{3}xy^3 - 2\sqrt{3}xy^3$

vi)  $15x + 13x + 17x$

viii)  $5\beta^3 - 10\beta^3 + 7\beta^3$

x)  $\frac{3}{11}t + \frac{2}{11}t - t - 2t$

**36.** Να κάνετε τις πράξεις:

i)  $15\alpha^4\beta^5 - 23\alpha^4\beta^5 - 11\alpha^4\beta^5$

iii)  $\alpha\beta\gamma + 3\alpha\beta\gamma + 5\gamma\alpha\beta - 4\beta\gamma\alpha$

v)  $-\sqrt{20}xy^3 + \sqrt{45}xy^3$

vii)  $-5\sqrt{2}x^2 + 8\sqrt{2}x^2 - 3\sqrt{2}x^2$

ix)  $-2x^3yz + 3yzx^3 - 17zx^3y$

ii)  $\frac{2}{5}x^3y^2 - x^3y^2 + \frac{1}{10}x^3y^2$

iv)  $-6\sqrt{2}x^2y + 5\sqrt{2}x^2y$

vi)  $\sqrt{20}\alpha^2\beta^3 - 2\sqrt{5}\beta^3\alpha^2$

viii)  $3xz - 5zx + 19xz - 7xz$

x)  $\frac{1}{3}x^7y^5 + \frac{5}{6}x^7y^5 - \frac{11}{12}y^5x^7$

**37.** Να κάνετε τις πράξεις:

i)  $3xy - 5xz - 12xz + 13xy$

iii)  $-\sqrt{8}x^2y^4 - \sqrt{2}x^4y^2 + \sqrt{64}y^4x^2 - \sqrt{32}x^4y^2$

iv)  $3\alpha x^2 + 4\alpha x^2$

vi)  $-4xy + 6xy - 3xy$

viii)  $-\frac{1}{2}\beta^2x - \frac{1}{4}\beta^2x$

ii)  $\frac{2}{5}x^3y^3 - \frac{3}{4}(xy)^2 + \frac{9}{10}(yx)^3 - x^2y^2$

v)  $2y^3\beta^2 - 5\beta^2y^3$

vii)  $5\alpha\beta^2 - 8\alpha\beta^2 + 3\alpha\beta^2$

ix)  $\sqrt{2}y\omega^3 + \sqrt{8}y\omega^3 + \sqrt{18}y\omega^3$

**38.** Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

i)  $-7\alpha^2\beta^2 - 4\alpha^2\beta^2 + 9\alpha^2\beta^2 - 3\alpha^2\beta^2$

iii)  $8x^2y^3 + x^2y^3 - 12y^3x^2 + 2y^3x^2$

v)  $\frac{1}{\sqrt{5}}xy + 3xy - \frac{\sqrt{5}}{5}xy$

ii)  $-2x^2y + 6x^2y + 8x^2y - 12x^2y$

iv)  $\frac{1}{2}xy\omega - \frac{3}{4}xy\omega - \frac{5}{6}xy\omega$

vi)  $\sqrt{27}xy + xy - \sqrt{12}xy - \sqrt{3}xy$

**39.** Να κάνετε τις πράξεις:

i)  $3\alpha + 5\alpha$

iii)  $2x^2y - 5x^2y$

v)  $42x^2y - 42yx^2$

vii)  $3x^2y - 2x^2y + 5x^2y$

ix)  $\sqrt{50}x^3 - \sqrt{32}x^3 + \sqrt{2}x^3$

xi)  $5x^3 + 3x^3 - 12x^3$

xiii)  $\sqrt{2}x^3y - \sqrt{8}x^3y - \sqrt{18}x^3y$

ii)  $2x^2 - 3x^2$

iv)  $\alpha^2\beta - 3\beta\alpha^2$

vi)  $6x^2 - 10x^2 + 2x^2$

viii)  $3\alpha x^2 - \frac{1}{3}\alpha x^2 + \frac{4}{3}\alpha x^2$

x)  $-2\kappa^2\lambda - 3\kappa^2\lambda + 8\kappa^2\lambda$

xii)  $x^2y - 2x^2y - 10x^2y$

**40.** Να υπολογιστούν τα γινόμενα:

i)  $(-3\alpha^2)(2\alpha^3)$

iii)  $(-3\alpha\beta^2)(-2\alpha^3\beta)$

v)  $5\alpha \cdot 9\alpha^2$

vii)  $(-3\beta)^2 \cdot 3\beta^3$

ix)  $4(-\alpha)$

xi)  $3\alpha^3\beta(-7)$

ii)  $(-2x^2)3x^4(-x^3)$

iv)  $3\alpha^4\beta^4\gamma^2(-\alpha\beta^2\gamma)(3^2\alpha\beta\gamma)$

vi)  $9x^2 \cdot \frac{5}{3}x^3$

viii)  $\frac{4}{11}y^6 \cdot 22y^6$

x)  $(-\beta)(-\gamma)(-\delta)$

**41.** Να υπολογιστούν τα γινόμενα:

i)  $-\alpha^3\beta \cdot \frac{1}{5}\alpha\beta^4$

iii)  $(-4t)^2(-0,2s)^2$

v)  $(-3\alpha)(16\alpha^2\beta)$

vii)  $\frac{1}{3}x^2y \cdot \frac{7}{4}(xy)^4 \cdot \frac{12}{21}yx^3$

ix)  $(2xy^2)(3x^2y)$

xi)  $(-5y)(-6y^2)$

ii)  $\alpha x \alpha^2 \alpha^3 (-\frac{2}{3}xy\alpha)(12\alpha x^2)$

iv)  $(-\frac{1}{3}x^3)(-\frac{4}{3}x^4)(-9x^2)$

vi)  $5\alpha^2\beta \cdot 3\alpha\beta \cdot 2\alpha\beta^4$

viii)  $\sqrt{6}xy^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}x^2y^4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}y^6x$

x)  $(-4\alpha^3\beta^2)(\frac{1}{2}\alpha\beta^4)$

**42.** Να υπολογιστούν τα γινόμενα:

i)  $(-\alpha^2\beta^2)(-\gamma^2\beta)$

iii)  $8\alpha^3\beta \cdot (-\frac{1}{4}x\beta^2)$

v)  $(-x^3y)(-6\alpha^2xy) \cdot \alpha$

vii)  $(6\gamma^2x)(8\gamma x)(-2\gamma x^3)$

ix)  $x^3(-x)(-x)^2$

xi)  $(-x)^4(-y)^3(-\omega)^2$

ii)  $(3\alpha x) \cdot 4\alpha^2$

iv)  $(x^4y)(-\frac{1}{2}x^3) \cdot 4y$

vi)  $(5x^2y^3)(8y^2\omega^3)(3x\omega^4)$

viii)  $(3\alpha^4\beta^7x^3)(5\alpha^3\beta x)(-\frac{1}{3}\alpha y x)$

x)  $3(-x)(-y)(-5)(-z)(-\omega)$

**43.** Να κάνετε τις πράξεις:

i)  $(2x^2y^3)^2(3x^3y)$

iii)  $(-\alpha^2x^3)^4(\alpha x^2)^3$

v)  $(-2x\alpha)^4(-\frac{1}{4}x^2\alpha^2)(\frac{1}{2}x^3\alpha^3)$

vii)  $5x^2 \cdot 4x^4$

ix)  $-\frac{3}{4}xy \cdot (-2x^2\omega)$

xi)  $\sqrt{2}x^2y \cdot (\frac{\sqrt{2}}{6}xy^2)$

ii)  $(-2\alpha\beta^2)^3(-3\alpha^3\beta)^2$

iv)  $24\alpha^3\omega^5 \cdot (-\frac{1}{2}\alpha\omega)^3$

vi)  $(\sqrt{6}xy^2)^2(-\frac{\sqrt{3}}{2}x^3y)(-\frac{\sqrt{3}}{3}xy)$

viii)  $-2\alpha \cdot (-3\alpha^2\beta)$

x)  $\sqrt{3}x^2 \cdot \sqrt{12}x^3$

**44.** Να γίνουν τα γινόμενα:

i)  $3x^3y \cdot (-2xy)$

iii)  $-\frac{2}{5}x^2y \cdot (-\frac{5}{3}xy) \cdot 3x\omega^2$

v)  $-2xy \cdot 5xy^2$

ii)  $-\frac{2}{3}\alpha^2\beta \cdot 3\alpha\beta^2\gamma$

iv)  $3x^2y \cdot \sqrt{2}xy \cdot (-\sqrt{2}x^3y)$

vi)  $4x^2 \cdot 3xy$

vii)  $7x^2y \cdot (-2xy^3)$

viii)  $\frac{2}{3}x^3\omega \cdot 6x^4\omega$

ix)  $(\frac{4}{5}x^3\omega)(-10x^3\omega^2)(-\frac{1}{16}x\omega^4)$

x)  $(-3\gamma^2) \cdot 2\gamma^4$

**45.** Να υπολογίσετε τα πηλίκα:

i)  $30x^4y^3\omega : (-10x^2y^3)$

ii)  $-2\alpha^2 : (\alpha\beta)$

iii)  $25x^2y\alpha^3 : (-5x^2y\alpha)$

iv)  $(-\alpha^3\beta^4\gamma^2) : (\alpha\beta\gamma^3)$

v)  $16x^2y\alpha^3 : (-2xy\alpha^2)$

vi)  $(-3^3\alpha\beta\gamma^3) : (-3\gamma)^2$

vii)  $15\alpha^4 : 20\alpha^5$

viii)  $70\alpha\beta\gamma : (-35\alpha^2\beta^3)$

ix)  $-x^3 : (\alpha x^2)$

x)  $105\alpha\beta x^3 : (-5\beta x)$

xi)  $(-32\alpha^2\beta^5x^3) : (64\alpha^3\beta^2x)$

xii)  $(57x^5y^2\omega) : (xy)^2$

**46.** Να κάνετε τις πράξεις:

i)  $(2\beta^5) : (3\alpha\beta)$

ii)  $\sqrt{18}xy : (\frac{\sqrt{2}}{3}x^3y^5)$

iii)  $\frac{3}{8}x^3y^4 : (\frac{9}{4}x^2y)$

iv)  $\frac{1}{2}x^4y^3 : [(12xy) : (\frac{2}{7}x^2y^5)]$

v)  $(\alpha^3\beta^2\gamma) : (3\alpha^2\beta^2\gamma)$

vi)  $4\alpha^3 : 2\alpha^2$

vii)  $15x^2\omega^2 : (-3x\omega)$

viii)  $-x^2 : xy$

ix)  $25\alpha^3x^2\omega : (-5\alpha^2x)$

x)  $\alpha\beta x^2 : (-\alpha x)$

xi)  $-\alpha^5\gamma^9x^3 : (-\alpha^2\gamma x^2)$

**47.** Να κάνετε τις παρακάτω διαιρέσεις:

i)  $(x^3y^2) : (-xy)$

ii)  $-3xy^3 : (3y)$

iii)  $(4\alpha^2\beta^3) : (-2\alpha\beta)$

iv)  $(15\gamma^3\delta) : (-5\gamma)$

v)  $(-\lambda^3\mu^2) : (-\lambda\mu^4)$

vi)  $(-7\alpha^3\beta) : (-7\beta^3)$

vii)  $(-28x^5\omega) : (7x^3\omega^3)$

viii)  $24xy\omega^3 : (-3y^3\omega^2)$

ix)  $(-2\alpha\beta\gamma)^3 : (\alpha^2\beta^3\gamma^4)$

x)  $(3xy^2)^2 : (-9x^3y^2)$

xi)  $(8\beta^2\gamma^3)^2 : (16\beta^4\gamma^6)$

xii)  $(-\frac{1}{2}\alpha^3xy^2)^3 : (\frac{1}{24}\alpha^8x^2y^5)$

**48.** Να κάνετε τις πράξεις:

i)  $-27x^6 : 9x^4$

ii)  $\frac{60\alpha^5}{12\alpha^2}$

iii)  $\frac{2}{3}x^3 : \frac{5}{3}x^3$

iv)  $-\frac{3}{4}\alpha^4 : (-\frac{1}{2}\alpha)$

v)  $\sqrt{18}\alpha^2 : (\sqrt{2}\alpha)$

vi)  $(-\alpha^2\beta^3x)^2 : (-\alpha\beta^2x^2)^3$

vii)  $(-x^2y\omega^3)^3 : (-2x^3y^2\omega)^2$

viii)  $24x^2y : (4xy^3)$

ix)  $(-\frac{1}{3}\alpha^4\beta^3) : (\frac{2}{3}\alpha^2\beta^2)$

x)  $0,6x^3y : (-0,12xy)$

xi)  $\frac{4}{3}\pi R^3 : \pi R^2$

xii)  $(5\alpha\beta^3\gamma)^3 : (5\alpha\beta)^2$

xiii)  $(3\alpha^2\beta^2\gamma)^2 : (-9\alpha^4\beta^4\gamma^3)$

**49.** Να γίνουν οι πράξεις:

i)  $[(2xy^2)^2 + 4y^4x^2] : (-2xy^3)$

iii)  $[(xy^2)^3 : xy] : (xy)$

v)  $(8\alpha\beta\gamma)^3 : (-2\alpha^2\beta\gamma)^2$

vii)  $(2^3\alpha\beta^{-1})^2 : \alpha\beta^{-2}$

ix)  $[5\alpha^3\beta^2 \cdot (-3\alpha\beta^3)] : (-\alpha^2\beta)^4$

xi)  $(16\alpha^6\beta^2\gamma^4 : 4\alpha^4\gamma^2) \cdot (-\frac{1}{4}\alpha^2\beta^4\gamma)^2$

xiii)  $(\sqrt{5}x^2y^3)^4 : y^9 \cdot (\frac{1}{5}x^3y^5)$

ii)  $(-4x^2y^3z) : [(-2x^2y)(-xy^2)]$

iv)  $(\frac{1}{2}\alpha\beta\gamma)^2 : \frac{1}{4}\alpha^2\beta^4$

vi)  $(4\alpha^2\beta^3)^2 : (2\alpha\beta^3)$

viii)  $9\alpha\beta^2\gamma : (-\alpha^3)^2$

x)  $[(-x^2y) : (\frac{1}{3}x)] : (\frac{5}{6}xy)^3$

xii)  $(3xy^5)^2 : (9x^3y^2)$

---

**50.** Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις:

i)  $(2xy^2 - 5xy^2 - xy^2)(3x^2y)$

iii)  $(-3\beta^2x - 5x\beta^2) : (-4x^3\beta)$

v)  $(2xy)(-3x^2y) + (-6x^5y^6) : (2x^2y^4)$

ii)  $7\alpha^2\beta^3 - [(2\alpha\beta^2)(3\alpha\beta)]$

iv)  $[12\alpha^5\omega^3 : (-3\alpha^2\omega)] - 2\alpha^3\omega^2$

**51.** Να γίνουν οι πράξεις

i)  $(-\frac{1}{2}x^2y)^2 \cdot 8xy^2$

iii)  $(-2x^3y)^2 + 2xy \cdot (3x^5y) - \frac{30x^7y^5}{5xy^3}$

v)  $(-5x^2y^3)^3 \cdot (\frac{1}{10}xy)^4$

ii)  $(-6x^2y)^2 : (4xy^3)$

iv)  $(10xy^2)^2 : (100x^3y)$

**52.** Να κάνετε τις πράξεις:

i)  $2\alpha^k\beta^l - 5\beta^l\alpha^k$

iii)  $\alpha^v(-\alpha^{v+2})$

v)  $(3\alpha^{v+1}) : (-\alpha^v)$

ii)  $-3\alpha^v\beta^3 + 5\beta^3\alpha^v$

iv)  $\alpha^k\beta^m(-3\alpha\beta^2)$

vi)  $(-8\alpha^{2k}\beta^l) : (-4\alpha^k\beta^{l-1})$

**53.** Να γίνουν οι πράξεις:

i)  $(-2\alpha\beta^2)^3 + (\alpha^2\beta^5)(-3\alpha\beta)$

iii)  $(-12x^3y^2)(2xy^3)^2 : (-4x^2y^3)^2$

v)  $(\alpha^{2v}\beta^{v+3}) : (-\alpha\beta)^{v+2}$

ii)  $(-2x^3y^2\omega^3)(-3x^2y\omega^3)^2$

iv)  $(x^v y^{v+1}) : (x^{v-1} y^{v-3})$

vi)  $(-2\alpha^2\beta\gamma^2)^3$

**54.** Να γίνουν οι πράξεις

i)  $(\sqrt{2}x^3y\omega^2)^2$

ii)  $(-\frac{2}{3}x^3y)^2$

iii)  $\sqrt{2}xy \cdot (-\sqrt{8}x^2y)$

iv)  $[(-3xy^2z) : xy] \cdot y^3$

v)  $2y^3 \cdot (-\frac{1}{8}y^2)^2$

vi)  $(-3yx)(-2xy^3)$

55. Να βρείτε τα  $\kappa, \lambda$  ώστε η παράσταση  $2x^{2-\kappa}y^{\lambda-1} + \frac{1}{3}x^4y^{3-\lambda}$  να είναι μονώνυμο.
56. Να βρεθούν οι ακέραιοι αριθμοί  $x, y$  για τους οποίους η αλγεβρική παράσταση  $5\alpha^x\beta^{y+2}\gamma^5 - 12\alpha^2\beta^3\gamma^5$  είναι μονώνυμο.
57. Να προσδιοριστούν οι ακέραιοι  $\lambda$  και  $\mu$  έτσι ώστε η αλγεβρική παράσταση  $3\alpha^{\lambda+2}x^3 + 2\alpha^4x^{\mu+1}$  να είναι μονώνυμο, το οποίο και να βρεθεί.
58. Να βρείτε τους φυσικούς αριθμούς  $\kappa, \lambda, \mu$  ώστε η αλγεβρική παράσταση  $2x^{2\kappa-1}y\omega^2 + 3x^3y^{7-2\lambda}\omega^{\mu-3}$  να είναι μονώνυμο.
59. Να βρεθούν οι φυσικοί αριθμοί  $\alpha, \beta$  ώστε η αλγεβρική παράσταση  $2x^{\alpha-1}y + y^{2\beta-3}x^3$  να είναι μονώνυμο.

60. α) Να κάνετε τη διαίρεση:  $(-2\alpha^4\beta^3) : (6\alpha^3\beta^2)$   
 β) Να βρείτε την τιμή του μονωνύμου που προέκυψε στο ερώτημα (α) για  $\alpha = -\sqrt{3}$  και  $\beta = \sqrt{12}$
61. α) Να κάνετε τη διαίρεση:  $(\frac{1}{2}x^3\beta^5) : (\frac{1}{4}x\beta^4)$   
 β) Να βρείτε την τιμή του μονωνύμου που προέκυψε στο ερώτημα (α) για  $x = \frac{1}{4}$  και  $\beta = -2^4$

62. Δίνονται τα μονώνυμα:

$$2xy, \quad \frac{1}{4}x^2y \quad \text{και} \quad 6xy^3$$

- α) Να βρείτε το γινόμενο των παραπάνω μονωνύμων  
 β) Να βρείτε την τιμή του μονωνύμου του ερωτήματος (α) για  $x = \sqrt{2}$  και  $y = 3$ .

63. α) Να γίνει η πράξη:  $[(2xy^2)^2 + 4y^4x^2] : (-2xy^3)$   
 β) Να βρεθεί η τιμή του μονωνύμου για  $x=-1$  και  $y=-2$

64. α) Να γίνει η πράξη:  $(-6x^2y)^2 : (4xy^3)$   
 β) Να βρεθεί η τιμή του μονωνύμου για  $x=1$  και  $y=-1$